

Tres ejes de análisis de textos y objetos digitales em ecuaciones diferenciales

Autor/es: MARTINS, Marcela. mmartins@fi.uba.ar

Institución de Procedencia: Universidad de San Andrés

Eje Temático: Diseños metodológicos de la investigación educativa con predominio de enfoques cuantitativos

Palabras clave: Ecuaciones diferenciales – interactividad - objetos digitales - textos

Abstract

El presente trabajo constituye un avance de la Tesis de Doctorado en Educación por la Universidad de San Andrés de la autora. El objetivo consiste en la realización de un estudio preliminar de un conjunto de recursos didácticos, que comprende libros de texto y objetos digitales, empleados en la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. Los objetos de aprendizaje son pequeñas unidades didácticas interactivas que pueden ensamblarse para el diseño de una clase, un módulo o un curso completo, escritos en lenguaje Java que se ejecutan en el marco de un navegador de Internet. Estos objetos reúnen diversas representaciones, necesarias para el logro de la comprensión de los conceptos matemáticos. Utilizando métodos propios del análisis de contenido se identifican en una muestra intencional conformada por libros de texto y objetos digitales de aprendizaje los indicadores correspondientes al grado de integración de los enfoques algebraico, numérico y cualitativo. De la aplicación de la metodología a los objetos digitales resultan tres dimensiones que permiten clasificarlos, denominadas ‘interactividad’, ‘estructura’ y ‘orientación del contenido’, mientras que los textos se clasifican en torno a los ejes ‘orientación del contenido’, ‘estructura’ y ‘facilitación de la comprensión’.

Aunque la muestra es relativamente reducida y se requieren pruebas con mayor cantidad de elementos, puede aceptarse, en principio, que el instrumento construido tiene capacidad para apreciar diversas intensidades en las dimensiones estudiadas, permitiendo elaborar clasificaciones de los dos tipos de recursos, que podrán emplearse en la selección y combinación de los recursos didácticos para la enseñanza.

1. Introducción

Este trabajo presenta un avance de la tesis de doctorado en educación que cursa actualmente la autora en la Universidad de San Andrés. Se menciona el lugar que ocupa la enseñanza de

las ecuaciones diferenciales en carreras de ingeniería en universidades argentinas, los enfoques utilizados para su tratamiento y los tres enfoques empleados para la resolución de ecuaciones diferenciales.

2. Contextualización del tema

Aunque la matemática es, fundamentalmente, un medio para la resolución de problemas de ingeniería, no debería relegarse la enseñanza de los orígenes de los conceptos y teorías matemáticas, una sólida fundamentación matemática pura, la necesidad de precisión en los resultados, la aplicación de conceptos y métodos matemáticos a otras disciplinas no relacionadas directamente con la ingeniería, ya que la presentación, en los cursos de matemática, de problemas de aplicación inmediata en cursos avanzados resulta fuertemente motivadora (Gnedenko y Khalil 1979, 71-73).

3. Antecedentes

Como antecedentes de análisis de contenido de textos de matemática puede citarse un trabajo de tesis doctoral cuyo objetivo es el estudio de tareas diferenciadas y sus respectivas demandas cognitivas en libros de texto en Suecia (Brändström 2005, 6), un estudio de las características más importantes y de los usos del libro (Johansson 2005a), el rol de los libros de texto, como vínculos entre los lineamientos nacionales y la enseñanza de la matemática escolar (Johansson 2005b), un análisis de la evolución del contenido de textos de matemática elemental en EEUU entre 1900 y 2000 (Baker, y otros 2010), un estudio descriptivo del tratamiento de las ecuaciones diferenciales de manuales de uso corriente en el último año de escuela media en Francia, editados con anterioridad (1998) y posterioridad (2001) a la reforma de la enseñanza del cálculo. En los primeros se observa un fuerte predominio del enfoque algebraico, mientras que, tras la reforma, comienzan a aparecer en los textos problemas de modelización y resolución numérica de ecuaciones diferenciales (Arslan 2005, 95) y un trabajo de tesis de maestría, que consiste en un análisis de los estilos de prosa y demandas cognitivas de textos universitarios de álgebra lineal en Argentina (Acero 2008).

4. Problema de la investigación

¿De qué manera los textos y objetos digitales de aprendizaje contribuyen la integración de los enfoques algebraico, numérico y cualitativo para el tratamiento de las ecuaciones diferenciales por parte de facultades de ingeniería públicas y privadas de la Argentina?

5. Objetivos

El objetivo general de este trabajo es estudiar la integración de enfoques en libros de texto de ecuaciones diferenciales y objetos digitales de aprendizaje en Argentina. El desarrollo de la herramienta empleada para el análisis es parte de este trabajo.

El objetivo general se desglosa en los siguientes objetivos específicos:

- a) Describir la estructura de un capítulo de cada uno de los textos analizados a fin de identificar los aspectos en que se manifiesta el carácter integrador de los textos y objetos de aprendizaje y/o el predominio de algún enfoque particular.
- b) Construir una herramienta de análisis para el estudio de los textos y objetos de aprendizaje en relación con las categorías elaboradas.
- c) Establecer una clasificación de los libros y objetos de aprendizaje.

De este modo se espera contribuir al desarrollo de estrategias de enseñanza que contribuyan al aprendizaje significativo de las ecuaciones diferenciales.

6. Referentes teórico-conceptuales

6.1. Los enfoques en el tratamiento de las ecuaciones diferenciales

La solución de una ecuación diferencial es una función que verifica la ecuación en cierto intervalo real de la variable independiente: al sustituir esta función en la ecuación original se obtiene una identidad. Para algunas ecuaciones diferenciales es posible encontrar una expresión cerrada para la solución en términos de funciones elementales, o eventualmente mediante funciones especiales (como la función de Bessel) o un desarrollo en serie que satisfaga la ecuación diferencial en cierto intervalo, mediante *procedimientos algebraicos* e integración. En otros casos sólo es posible la resolución numérica aproximada o el tratamiento cualitativo.

La *resolución numérica* es un proceso, llevado a cabo mediante herramientas del análisis numérico, que permite determinar en forma aproximada el valor de una solución de una ecuación diferencial en un punto x_0+h , conocido el valor en el punto x_0 . El principal inconveniente reside en la acumulación de errores a medida que se reitera el procedimiento. Por otra parte, no resulta de mucha utilidad si se trata de obtener un panorama general de los diferentes tipos de soluciones o un análisis del comportamiento a largo plazo.

El *análisis cualitativo* consiste en estudiar el comportamiento global de las curvas solución de una ecuación diferencial, de la forma $x'=f(x,t)$ y sugiere métodos gráficos para bosquejar estas curvas (Arslan 2005, 29) y estudiar el comportamiento de las soluciones en las cercanías de ciertos puntos particulares. Por otra parte, las técnicas cualitativas proporcionan valiosa información numérica, tal como la localización de ceros y asíntotas (Hubbard y West 1997,

2) y valores críticos en los cuales se produce una transición de un tipo de solución a otro (Boyce 1994, 365).

6.2. Las aplicaciones

Muchos autores destacan la importancia de incluir aplicaciones, problemas proyecto y problemas abiertos como complemento importante a la aproximación calculista que predominó durante mucho tiempo en la enseñanza de las ecuaciones diferenciales, como así también el énfasis en el aprendizaje de conceptos. Se cree que estos cambios son necesarios para los estudiantes actuales que les toca vivir y trabajar en una sociedad crecientemente tecnificada y competitiva (Ganter 1999, 1). Diversas universidades han incluido cursos centrados en las aplicaciones (Borrelli y Coleman 2011, 2).

6.3. Los libros de texto

Los libros de texto constituyen un aspecto muy importante de la enseñanza de la matemática, en particular, dado que en muchos casos ejercen influencia en las estrategias didácticas, contenidos y secuencia de presentación que emplean los profesores en sus clases. Son mediadores entre los objetivos generales enunciados en el curriculum y las actividades llevadas a cabo en clase (Johansson 2005, 119), tienen un significado social que los distingue, dado que constituyen una versión pedagógica autorizada en un área de conocimiento (Johansson 2006, 23) y cumplen la función de legitimar los contenidos enseñados (Brändström 2005, 39). Asimismo, promueven autonomía e independencia para la autorregulación de los aprendizajes y el establecimiento de metas y colaboran en la detección y desarrollo de las propias capacidades (Villega 2007, 92). A través de la lectura los estudiantes toman contacto con la producción académica de una disciplina. Lo que los profesores comunican a los alumnos verbalmente durante las clases es sólo un medio de organizar los contenidos para que los alumnos profundicen a través de la lectura. (Carlino 2005, 67). Los docentes deben orientar la lectura para que los estudiantes comprendan los contenidos presentados.

Diversos factores contribuyen a la comprensión y aprendizaje a partir de textos, entre ellos, los que se refieren a la organización y presentación del material escrito. Las técnicas de intervención sobre el texto pueden clasificarse en dos grupos (García Madruga, y otros 1995, 27). Entre las ayudas intratextuales, la *organización del texto* adquiere especial importancia en el caso de textos educativos. Los autores señalan la eficacia de la *secuencia deductiva* desde los conceptos más generales y abstractos hasta los específicos y concretos. La

tematización designa el empleo de una frase o ejemplo introductorio al tema a tratar en el capítulo o bien una frase de síntesis. La enunciación de la idea principal al principio resulta determinante para la comprensión.

Por *señalizaciones* se entiende aquellas palabras u oraciones insertadas por el autor para favorecer la comprensión a través del reconocimiento de la estructura del texto. Las *especificaciones de la estructura del texto* marcan y enumeran las relaciones lógicas en la estructura del mismo. Las *presentaciones previas* informan acerca del contenido que será tratado inmediatamente después. Análogamente, en el *resumen final* se informa acerca de los contenidos tratados en el capítulo, a modo de conclusión. Las *palabras indicadoras* expresan el punto de vista del autor, destacando la información relevante.

Como *ayudas extratextuales* se mencionan la enunciación de *objetivos*, que actúan como estímulos para el aprendizaje de los contenidos y facilitan la organización del material. Los *títulos* proporcionan un plan estratégico para la recuperación y organización de los conocimientos (Ídem, pág. 34) y los *sumarios* permiten detectar relaciones entre las ideas principales del texto. Desde la perspectiva teórica de Ausubel y Novak, el aprendizaje significativo es el proceso según el cual se relaciona un nuevo conocimiento o información con la estructura cognitiva del que aprende. (Rodríguez Palmero 2004, 3) Así, los *organizadores previos* sirven de puente entre lo que el sujeto conoce previamente sobre el tema y los nuevos conocimientos que se incorporan a su estructura cognitiva. Finalmente, los *esquemas* ponen de manifiesto de manera analógica las relaciones entre las ideas principales del texto. (García Madruga, y otros 1995, 36).

6.4. Los objetos digitales de aprendizaje

Los objetos digitales de aprendizaje son pequeñas unidades didácticas que pueden ensamblarse para el diseño de una clase, un módulo o un curso completo. Deben ser capaces de operar en forma independiente y contruidos alrededor de un único objetivo de aprendizaje o un único concepto. No se trata de simples objetos informativos, tales como un gráfico, ya que conllevan una estrategia pedagógica (Hamel y Ryan-Jones 2002, 2). Se los conoce con el nombre de applets (microaplicaciones) y son pequeños programas que se ejecutan en el contexto de otro programa mayor, por ejemplo, un navegador de Internet. En estos objetos convergen diversas representaciones semióticas, indispensables para el logro de la comprensión de los conceptos matemáticos. (Patetta, Comas y Acero 2009, 6). Para ello, el alumno debe desarrollar lo que se denomina *flexibilidad cognitiva*, esto es, la capacidad de reestructurar el conocimiento en forma espontánea, de diversos modos, como conducta

adaptativa (Spiro 1990, 165) para desplazarse entre la multiplicidad de registros de representación, tales como registros textuales, imágenes, animaciones y cálculo. Los objetos digitales de aprendizaje son capaces de cambiar su estado en respuesta a acciones del usuario. Permiten realizar simulaciones iterativas, a través de la selección y variación de parámetros que gobiernan el fenómeno puntual representado. Se incluyen la ecuación o sistema de ecuaciones que modela el funcionamiento de un mecanismo, simulado gráficamente mediante un diagrama (por ejemplo, un sistema masa-resorte), diversos tipos de registros gráficos de las soluciones de las ecuaciones y tablas que presentan la solución numérica. Los parámetros pueden variarse mediante un control en forma de deslizador accionado por el mouse, dentro de un rango cuidadosamente seleccionado a fin de poner de relieve las características principales del sistema en estudio (Miller y Upton 2008, 128). Las diferentes perspectivas y colores utilizados en las representaciones contribuyen a establecer relaciones entre las diferentes representaciones. Los objetos digitales de aprendizaje presentan un alto grado de interactividad y las representaciones están vinculadas entre sí en tiempo real, de modo que un cambio introducido en alguna de ellas se traduce de inmediato en las demás.

7. Aspectos metodológicos

Esta etapa inicial de la investigación consiste en un análisis de contenido de una muestra de textos de ecuaciones diferenciales de uso corriente en cursos de cálculo o álgebra lineal, y de objetos digitales citados en páginas web de facultades de ingeniería de universidades argentinas.

7.1. Los libros de texto

En esta etapa se han analizado los siguientes textos:

Blanchard, Paul, Robert L. Devaney, y Glen R. Hall. *Ecuaciones diferenciales*. México: Thomson, 1998.

Boyce, William E., y Richard Di Prima. *Elementary differential equations and boundary value problems*. Séptima. Editado por Mary Johenk. New York: John Wiley, 2001.

Nagle, Kent, y Edward Saff. *Fundamentos de ecuaciones diferenciales*. Wilmington: Assison-Wesley, 1992.

Zill, Dennis. *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado*. México: Thomson, 2007.

7.2. Los objetos digitales de aprendizaje

Se ha seleccionado el siguiente conjunto de objetos para su análisis:

Hohn, H. (2001). *Euler's method*. Recuperado el 10 de mayo de 2011 de: <http://math.mit.edu/mathlets/mathlets/eulers-method/>

Miller, H. , Claus, J. M. (2006). *Amplitude and Phase: Second Order II*. Recuperado el 10 de mayo de 2011 de: <http://math.mit.edu/daimp/AmpPhaseTwoII.html>

Hohn, H., Miller, H. and Claus, J.M. (2008). *Damped vibration*. Recuperado el 10 de mayo de 2011 de: <http://math.mit.edu/daimp/DampedVib.html>

Polking, J. (2002). *Dfield and Pplane. The Java versions*. Recuperado el 10 de mayo de 2011 de: <http://math.rice.edu/~dfield/dfpp.html>.

Martins, M. (2009). *Modelo basado en la segunda ley del movimiento de Newton. Applet construido con GeoGebra[1]*. Recuperado el 10 de mayo de 2011 de:

Rychlik, Marek, Miller, Jason. (2003). *JOde. A Java applet for solving ordinary differential equations*. Recupaerado el 19 de junio de 2011 de: <http://math.arizona.edu/~rychlik/ODEApplet>

IES Inc.*Manipula Math Applet Colletions*.(1996). Recuperado el 19 de junio de 2011 de: <http://www.ies.co.jp/math/java/calc/DiffEqu/DiffEqu.html>

Kaskoz, Barbara.(2011). *Slope Field Applet*. Recuperado el 19 de junio de 2011 de: <http://www.flashandmath.com/mathlets/calc/slopes/slopes.html>

Decker, Robert. (2005). *First Order Differential Equation Grapher*. Recuperado el 19 de junio de 2011 de: <http://uhaweb.hartford.edu/rdecker/mathlets/mathlets.html>

Leathrum, Tom. (2011). *Differential equations and initial value problems*. Recuperado el 19 de junio de 2011 de: <http://mathdl.maa.org/mathDL/4/?pa=content&sa=viewDocument&nodeId=393&bodyId=364#diff4top>

Kreider, Donald L., Lahr,Dwight, Diesel, Susan J. (2005).*Modeling with Differential Equations*. Recuperado el 19 de junio de 2011 de: <http://www.math.dartmouth.edu/~klbooksite/3.01/301.html>

Israel, Robert B. (1998). *Differential equations calculator applet*. Recuperado el 19 de junio de 2011 de: <http://www.math.ubc.ca/~israel/applet/decal/decalw.html>

[1] GeoGebra (marca registrada por Markus Hohenwarter), software de uso libre, disponible en: <http://www.geogebra.org/cms/>

7.3. Organización de los datos

En el estudio de los libros de texto se distinguen tres categorías: estructura, facilitación de la comprensión, y organización de los contenidos en cuanto a la importancia relativa concedida

a las aplicaciones y a la integración de enfoques en el tratamiento de las ecuaciones diferenciales. Las variables relativas a la primera categoría se construyeron en base a un análisis global de los textos seleccionados. Los fundamentos de la construcción de las variables referidas a la facilitación de la comprensión se han expuesto en el apartado 6.2.

texto	variables relativas a la estructura de los textos										
	año de edición	exclusividad para ecuaciones diferenciales	recursos complementarios para el aprendizaje								
			bibliografía complementaria	notas históricas	referencia a sitios web	ejercitación específica de cada tema	ejercitación integradora	respuestas a ejercicios	preguntas conceptuales	actividades de autoevaluación	disco compacto con recursos multimediales
1											
2											
3											

Tabla 1. Fragmento de la matriz de recursos complementarios para el aprendizaje que presentan los textos de ecuaciones diferenciales

texto	ayudas intratextuales						ayudas extratextuales			
	organización del discurso		señalizaciones				objetivos	títulos y sumarios	organizadores previos	esquemas
	secuencia deductiva	tematización	especificaciones de la estructura del texto	presentaciones previas	resumen final	palabras indicadoras				
1										
2										
3										

Tabla 2. Fragmento de la matriz de variables referidas a la facilitación de la comprensión de textos de ecuaciones diferenciales

El estudio de los textos en cuanto a la organización y al carácter de los contenidos se limita al capítulo de presentación del tema ecuaciones diferenciales y al tema ecuaciones diferenciales de primer orden.

Las variables referidas al carácter aplicado e integrador se elaboraron según la metodología basada en los datos (“*grounded theory*”) consistente en un microanálisis de los datos a partir de la lectura de los textos (Strauss y Corbin 1998, 57ss) y para la codificación se tuvo en cuenta el método Morin-Chartier, cuyo elemento central es la unidad de información¹ que se evalúa para su codificación (Leray 2006, 8).

De la lectura de los capítulos pertinentes de los textos se extraen los siguientes conceptos:

Presentación del tema ecuaciones diferenciales

Definición de ecuación diferencial

¹¹ “*Unité de sens et de mesure, qui représente une idée ou un sujet et qui est évaluée par le codeur.*” (Leray 2006, 8).

Definición de solución de ecuación diferencial

Intervalo de definición de la solución

Curva solución

Problema de valor inicial

Modelos matemáticos elaborados mediante ecuaciones diferenciales

Métodos algebraicos

Métodos numéricos

Métodos cualitativos

Ecuaciones de 1er orden lineales

Métodos de resolución

Análisis de soluciones

Las dimensiones de estos conceptos se operacionalizaron en variables y se dispusieron en tablas. Se muestra a continuación la tabla que resume las variables referidas a la organización de la presentación del tema ecuaciones diferenciales.

texto	modelo matemático formulado mediante su expresión analítica	elementos de una ecuación diferencial	expresión analítica	definición formal	clasificación según el orden	existencia de solución exacta y aproximada
1						
2						
3						

Tabla 3. Fragmento de la matriz de datos relativos a la organización de la presentación del tema ecuaciones diferenciales

texto	interpretación de la solución analítica en relación al comportamiento del sistema	diagrama del problema que explica la situación	elementos del análisis cualitativo	introducción a los métodos numéricos	análisis cualitativo previo a la solución analítica	presentación de métodos numéricos vinculados al análisis cualitativo
1						
2						
3						

Tabla 1. Continuación

El llenado de la tabla se realiza según la siguiente codificación:

0: no se incluye el concepto

n: se incluye en n-ésimo lugar ($n = 1, 2, 3, \dots$)

La asignación de un orden determinado para los contenidos que integran la presentación del tema ecuaciones diferenciales indicaría la importancia relativa que un texto determinado asigna a cada concepto.

Estas variables pueden clasificarse de tres maneras:

a) Clasificación en cuanto al carácter aplicado o abstracto del texto

b) Clasificación en base al predominio de un enfoque determinado

c) Variables con carácter integrador

Seguidamente se muestran las variables referidas a las ecuaciones diferenciales de primer orden.

texto	modelo matemático formulado mediante su expresión analítica	métodos analíticos de resolución	referencia al intervalo de definición de la solución	definición de curva solución	relación del intervalo de definición de la solución con la curva solución	análisis del comportamiento a largo plazo de las soluciones o cerca de algún punto en particular
1						
2						
3						

Tabla 4. Fragmento de la matriz de datos relativos al tratamiento del tema ecuaciones diferenciales de primer orden

texto	empleo de herramientas del análisis cualitativo en ejemplos abstractos	empleo de herramientas del análisis cualitativo en el estudio de modelos matemáticos	interpretación de la solución	métodos numéricos de resolución	vinculación de métodos numéricos con herramientas del análisis cualitativo
1					
2					
3					

Tabla 2. Continuación

El llenado de la tabla se realiza según la siguiente codificación:

0: no se incluye el concepto

1: se incluye el concepto En los textos de matemática se utilizan particularmente representaciones funcionales de relaciones o parámetros, tales como los *gráficos cartesianos* y los *diagramas* (García García 2005, 26). Un diagrama es un dibujo geométrico que sirve para demostrar una proposición, resolver un problema o representar de una manera gráfica la ley de variación de un fenómeno, o bien un dibujo en el que se muestran las relaciones entre las diferentes partes de un conjunto o sistema (Diccionario de la Real Academia Española 2001). Entre los diagramas se distinguen: *representaciones analógicas*, que tienen aspecto similar a los objetos que describen, *representaciones esquemáticas*, es decir, planos que representan las características esenciales de objetos o fenómenos reales y *representaciones conceptuales*, esto es, descriptivas de interrelaciones entre ideas o procesos que no son directamente observables (The Open University 2011).

texto	ilustran el intervalo de definición de las soluciones	ilustran la diferencia entre solución particular y solución singular	ilustran la diferencia entre curva integral y curva solución	ilustran la diferencia entre solución implícita y explícita	representan familias uniparamétricas de soluciones
1					
2					
3					

Tabla 5. Fragmento de la matriz de datos relativos a la clasificación de figuras según su función

texto	representan soluciones de problemas de valor inicial	diagrama de modelo matemático	ilustran el comportamiento de la solución a largo plazo	ilustran el comportamiento de la solución en la cercanía de determinados puntos	representan gráficamente la función solución
1					
2					
3					

Tabla 3. Continuación

texto	gráficos cartesianos	diagramas		
		representaciones analógicas	representaciones esquemáticas	representaciones conceptuales
1				
2				
3				

Tabla 6. Fragmento de la matriz de datos relativos a clasificación de figuras por el tipo de representación

texto	ilustran técnicas numéricas	ilustran técnicas cualitativas	vinculan el enfoque algebraico y el numérico	combinan el análisis numérico y el cualitativo	vinculan el enfoque algebraico y el cualitativo	integran los enfoques algebraico, numérico y cualitativo
1						
2						
3						

Tabla 7. Fragmento de la matriz de datos relativos a la clasificación de figuras por su enfoque

texto	se refieren a modelos matemáticos de diversas disciplinas	ilustran ejemplos abstractos
1		
2		
3		

Tabla 8. Fragmento de la matriz de datos relativos a la clasificación de figuras por su carácter aplicado o abstracto

En los casilleros se indica la cantidad de figuras incluidas en el capítulo introductorio y en el que se tratan ecuaciones diferenciales de primer orden que cumplen la condición especificada en cada columna. Se realiza una clasificación similar para los ejemplos y ejercicios en los mismos capítulos.

Mientras que las tablas 1 a 4 aportan información para un análisis de contenido cualitativo, a partir de las tablas 5 y 6 se realiza un estudio cuantitativo. Como parte de este último se construyen índices que permiten evaluar el carácter aplicado o abstracto de los textos, el predominio de un enfoque determinado (algebraico, numérico o cualitativo) y su carácter integrador.

Como los ejemplos y las figuras constituyen recursos facilitadores de la comprensión se calcula también la razón entre el número de ejemplos y el número de páginas examinadas y la razón entre el número de figuras y el número de páginas.

Los objetos digitales de aprendizaje se clasificarán de la siguiente manera:

objeto digital	interactividad		estructura							integración de enfoques							
	número de registros semióticos	número de parámetros que permite variar	declaración de objetivos de aprendizaje	actividades propuestas					vinculación a contenidos teóricos	enfoque predominante			enfoques que integra				
				tradicionales	interactivas	simples	integradoras	relativas a la matemática		de aplicación a otras disciplinas	algebraico	numérico	geométrico-cualitativo	algebraico y numérico	algebraico y geométrico	numérico y cualitativo	algebraico, numérico y cualitativo
1																	
2																	
3																	

Tabla 9. Fragmento de la matriz de datos relativos a la clasificación de objetos digitales de aprendizaje

8. Resultados alcanzados

Los siguientes resultados tienen carácter provisional. En primer lugar se muestran ejemplos de resultados referidos al predominio del carácter abstracto o aplicado que parece indicar la organización de los temas que conforman el capítulo introductorio de los libros y tienen por objeto mostrar el tipo de análisis efectuado.

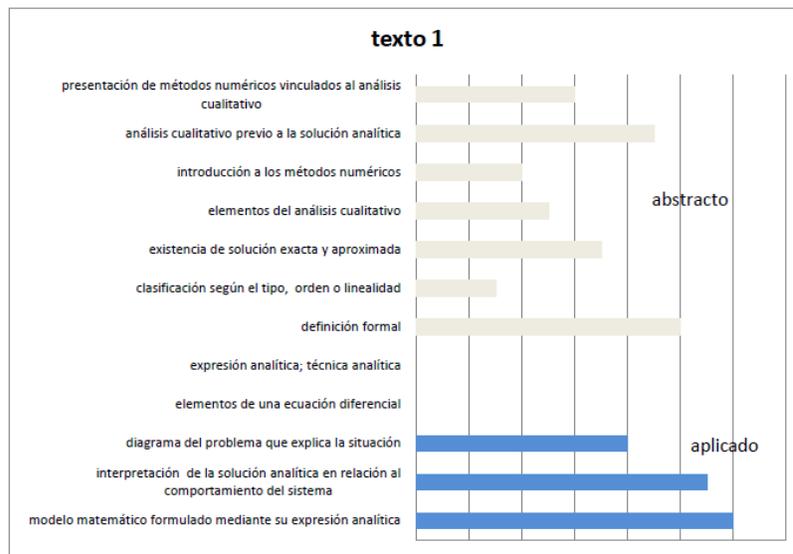


Gráfico 1. Predominio relativo del carácter aplicado o abstracto en la organización de los contenidos de la presentación del tema ecuaciones diferenciales en el texto 1

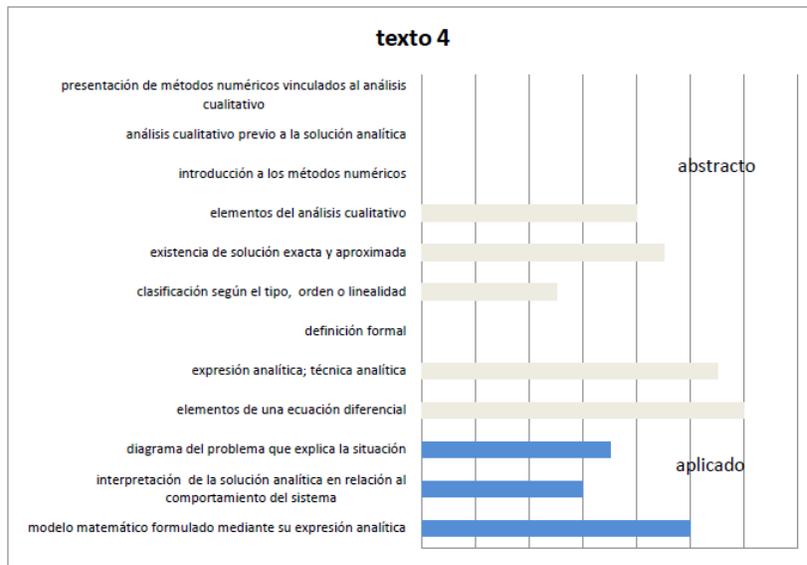


Grafico 2. Predominio relativo del carácter aplicado o abstracto en la organización de los contenidos de la presentación del tema ecuaciones diferenciales en el texto 4

En segundo lugar se muestran resultados referidos al predominio del carácter algebraico, numérico o cualitativo en la organización de los contenidos del capítulo introductorio.

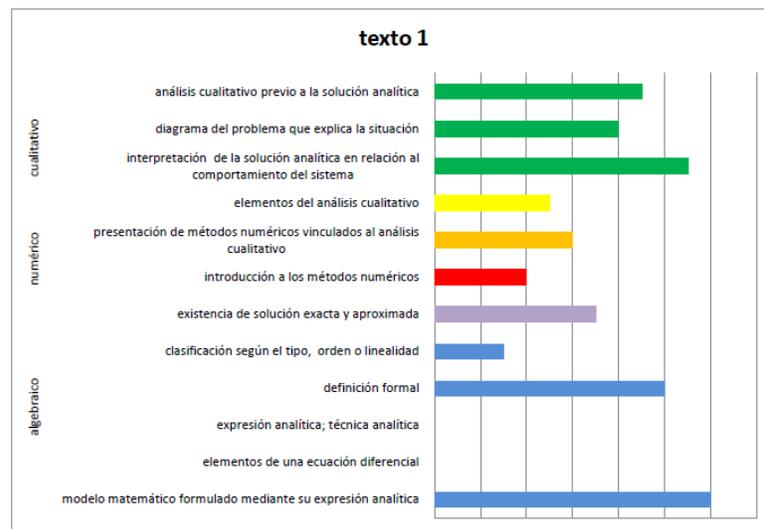


Grafico 3. Predominio relativo del carácter algebraico, numérico o cualitativo en la organización de los contenidos de la presentación del tema ecuaciones diferenciales en el texto 1

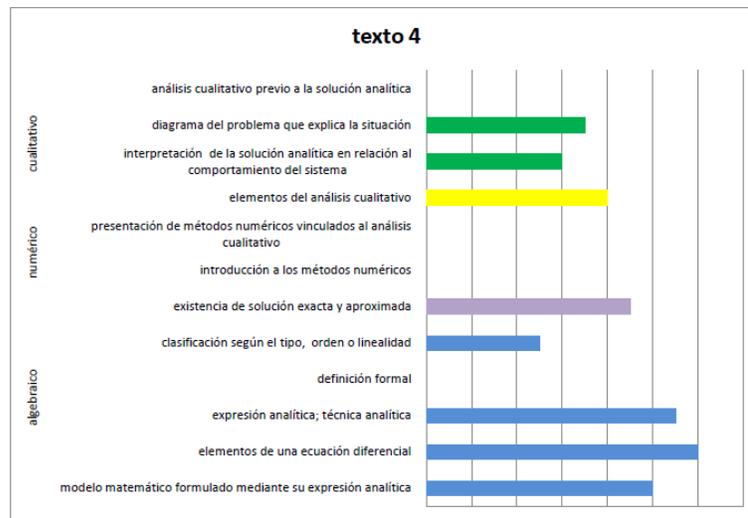


Grafico 4. Predominio relativo del carácter algebraico, numérico o cualitativo en la organización de los contenidos de la presentación del tema ecuaciones diferenciales en el texto 4

Los gráficos presentados permiten visualizar el peso relativo que tiene cada enfoque dentro del libro. Aunque predominan en estos textos los métodos algebraicos, parece haber un adecuado balance entre éstos y el análisis cualitativo. Asimismo, la integración tiene lugar fundamentalmente entre los enfoques algebraico y cualitativo. La presencia de métodos numéricos es escasa y la integración tiene lugar mayoritariamente con los métodos algebraicos en los textos, mientras que en los objetos digitales la integración tiene mayor presencia, fundamentalmente entre los enfoques numérico y cualitativo.

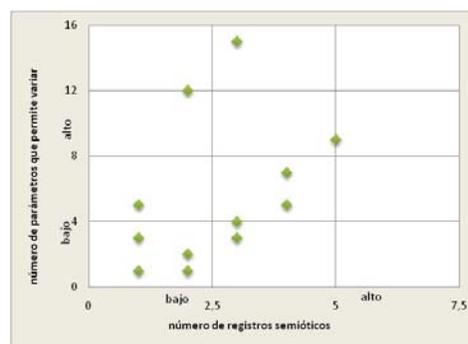


Grafico 5. Relación entre el número de parámetros que los objetos permiten variar y el número de registros semióticos involucrados

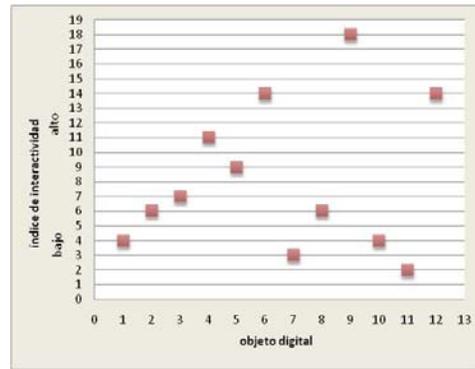


Gráfico 6. Índice de interactividad

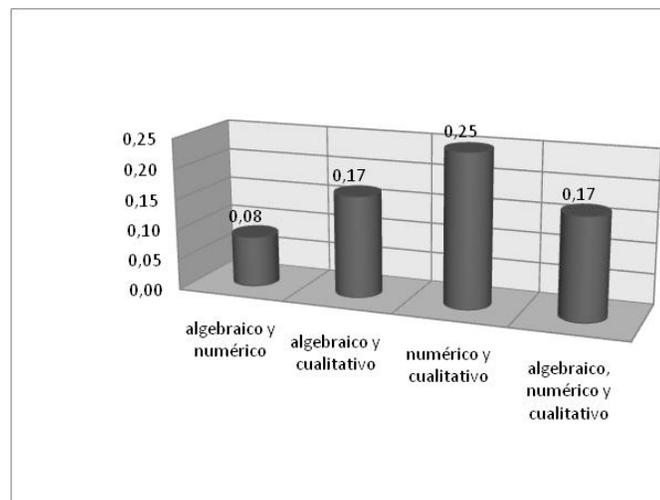


Gráfico 7. Tipo de integración predominante en los objetos digitales

9. Bibliografía

Acero, F. (2008). Textos universitarios de álgebra lineal. Un análisis de estilos de prosa y demandas cognitivas. *Tesis de Maestría en Educación*. Buenos Aires: Universidad de San Andrés.

Arslan, S. (2005). *L'Approche qualitative des équations différentielles en classe de terminale S : est-elle viable ? Quels sont les enjeux et els conséquences ?* (S. e. École doctorale "Mathématiques, Ed.) Recuperado el 17 de 07 de 2009, de Thèse pour obtenir le titre de Docteur de l'Université Joseph Fourier. Spécialité : Didactique des Mathématiques: <http://tel.archives-ouvertes.fr/docs/00/04/81/81/PDF/tel-00009594.pdf>

Baker, D., Knipe, H., Collins, J., Leon, J., Cummings, E., Blair, C., y otros. (2010). "One Hundred Years of Elementary School Mathematics in the United States: A Content Analysis and Cognitive Assessment of Textbooks From 1900 to 2000. *Journal for Research in Mathematics Education* (41), 383-423.

Blanchard, P., Devaney, R. L., & Hall, G. R. (1998). *Ecuaciones diferenciales*. México: Thomson.

- Borrelli, R., & Coleman, C. (26 de Julio de 2011). *A Project Approach in Differential Equations Courses*. Recuperado el 28 de Julio de 2011, de <http://www.codee.org/ref/CJ11-0682>
- Boyce, W. E., & Di Prima, R. (2001). *Elementary differential equations and boundary value problems* (Séptima ed.). (M. Jochen, Ed.) New York: John Wiley.
- Boyce, W. (1994). New directions in elementary differential equations. (M. A. America, Ed.) *The College Mathematics Journal* , 25 (5), 364-371.
- Brändström, A. (2005). *Differentiated Tasks in Mathematics Textbooks. An analysis of the levels of difficulty*. Lulea: Lulea University of Technology.
- Brändström, A. (2005). *Differentiated Tasks in Mathematics Textbooks. An analysis of the levels of difficulty*. Recuperado el 19 de Julio de 2009, de Lulea University of Technology: epubl.luth.se/1402-1757/2005/index.shtml
- Carlino, P. (2005). *Escribir, leer y aprender en la universidad*. Buenos Aires: Fondo de Cultura Económica de Argentina.
- Diccionario de la Real Academia Española*. (2001). Recuperado el 28 de Julio de 2011, de <http://www.rae.es/rae.html>
- Ganter, S. (1999). An evaluation of calculus reform: A preliminary report of a national study. (S. Z. B. Gold, Ed.) *Assessment practices in undergraduate mathematics* , 49, 233-236.
- García García, J. J. (2005). *La comprensión de las representaciones gráficas cartesianas presentes en los libros de texto de ciencias experimentales, sus características y el uso que se hace de ellas en el aula*. Recuperado el 28 de Julio de 2011, de Tesis doctoral. Universidad de Granada: <http://hera.ugr.es/tesisugr/15518620.pdf>
- García Madruga, J., Martín Cordero, J., Luque Vilaseca, J., & Santamaría Moreno, C. (1995). *Comprensión y adquisición de conocimientos a partir de textos*. Madrid: Siglo veintiuno de España Editores.
- Gnedenko, B., & Khalil, Z. (1979). The mathematical education of engineers. *Educational Studies in Mathematics* , 10 (1), 71-83.
- Gutiérrez, F., Elosúa, M. R., García Madruga, J. A., Gárate, M., & Luque, J. L. (2006). Memoria operativa y comprensión lectora. En J. A. García Madruga, M. R. Elosúa, F. Gutiérrez, J. L. Luque, & M. Gárate, *Comprensión lectora y memoria operativa. Aspectos evolutivos e instruccionales* (págs. 15-31). Buenos Aires: Paidós.
- Hamel, C., & Ryan-Jones, D. (2002). *Designing instruction with learning objects*. Recuperado el 21 de Junio de 2010, de International Journal of Educational Technolgy, 3 (1): <http://www.ascilite.org.au/ajet/ijet/v3n1/hamel/>
- Hubbard, J., & West, B. (1997). *Differential equations: a dynamical systems approach. Ordinary differential equations*. New York: Springer.
- Johansson, M. (2005b). Mathematics textbooks - the link between the intended and the implemented curriculum? *Eight International Conference of the Mathematics Education into the 21st Century Project: Reform, Revolution and Paradigm Shifts in Mathematics Education*. Johor Bahru, Malaysia.

- Johansson, M. (2005). Mathematics textbooks: the link between the intended and the implemented curriculum? En D. o. Mathematics (Ed.), *The Mathematics Education into the 21st Century Project, Universiti Teknologi Malaysia, Reform, Revolution and Paradigm Shifts in Mathematics Education*, (págs. 119-123). Johor Bahru, Malaysia.
- Johansson, M. (2006). *Teaching Mathematics with textbooks. A classroom and curriculum perspective*. Lulea: Lulea University of Technology.
- Johansson, M. (2005a). The mathematics textbook: from artefact to instrument. *Nordic Studies in Mathematics Education NOMAD*, 10 (3-4), 43-64.
- Leray, C. (2006). *L'Analyse de contenu. De la théorie à la pratique. La méthode Morin-Chartier*. Quebec: Presses de l'Université du Quebec.
- Miller, H., & Upton, D. (2008). Computer Manipulatives in an Ordinary Differential Equations Course: Development, Implementation and Assessment. *Journal of Science Education and Technology*, 17 (2), 124 - 137.
- Nagle, K., & Saff, E. (1992). *Fundamentos de ecuaciones diferenciales*. Wilmington: Assison-Wesley.
- Patetta, N., Comas, J., & Acero, F. (2009). Introducción de objetos de aprendizaje digitales en el curriculum de cálculo en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires. *Primer Congreso Internacional de Pedagogía Universitaria*. Buenos Aires.
- Rodríguez Palmero, M. L. (2004). La teoría del aprendizaje significativo. En A. Cañas, J. D. Novak, & F. M. González (Edits.), *Concept Maps: Theory, Methodology, Technology. Proceedings of the First International Conference on Concept Mapping*. Pamplona.
- Spiro, R. &. (1990). Cognitive flexibility and hypertext: Theory and technology for the nonlinear and multidimensional traversal of complex subject matter. En D. N. Spiro (Ed.), *Cognition, education and multimedia: Exploring ideas in high technology*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Strauss, A., & Corbin, J. (1998). *Basics of qualitative research. Techniques and procedures for developing grounded theory*. Thousand Oaks, CA: SAiGE Publications.
- The Open University. (2011). *Systems diagramming*. Recuperado el 28 de Julio de 2011, de <http://openlearn.open.ac.uk/mod/oucontent/view.php?id=397793§ion=1.1.3>
- Villella, J. (2007). *Matemática escolar y libros de texto. Un estudio desde la didáctica de la matemática*. Buenos Aires: Miño y Dávila.
- Zill, D. (2007). *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado*. México: Thomson.