SILOGISTICA AMPLIADA Y DECISION

Por J. A. ROETTI (La Plata) *

Introducción

Nuestro primer objetivo es el desarrollo sistemático de la silogística aristotélica, elemental y ampliada, como cálculo de relaciones, dando una prueba completa de su consistencia, decidibilidad y completitud. Para ello existen algunas dificultades: la introducción de los cálculos de relaciones abstractas supone una lógica subyacente muy vasta, que supera el ámbito de los cálculos decidibles pues no sólo implica a la lógica proposicional y a la de predicados de primer orden, sino también a una lógica de segundo orden con identidad y abstracción. Tal base lógica es sumamente embarazosa para la formalización de la silogística, pues impediría demostrar su decidibilidad. En consecuencia una segunda tarea consistirá en demostrar que es posible construir un modelo limitado de relaciones abstractas, aislado de la teoría general de relaciones, para el que todas sus propiedades formales dependan

* El autor es miembro de la carrera de Investigador científico del CONICET.

Este artículo constituye un muy breve resumen de su tesis doctoral, que fuera defendida en la *Universidad del Salvador* de Buenos Aires el día 2 de junio de 1975, bajo el título completo de "La silogística aristotélica como cálculo de relaciones y el problema de decisión en la silogística ampliada". El breve espacio disponible ha obligado prescindir del planteo y solución pormenorizados de numerosos problemas, de gráficos, de los problemas asumidos en los apéndices y de cuestiones de detalle, conservándose en forma sintética sólo las cuestiones y soluciones principales. Las limitaciones tipográficas han obligado también a evitar y simplificar en lo posible la anotación matemática, recurriendo en lo fundamental a la notación polaca con algunas modificaciones. Creemos que, a pesar de ello, el texto se conserva claro y no presentará dificultades de comprensión para todo lector que posea ciertos conocimientos mínimos de la lógica clásica y moderna.

El director de la tesis fue el Prof. Dr. Hermes A. Puyau, a quien hay que atribuir muchos de sus méritos y a quien agradecemos profundamente su asistencia intelectual y su amistad. Los defectos, que sin duda se encontrarán, son de responsabilidad exclusiva del autor.

No debemos olvidar que la tesis, en su forma originaria, fue dedicada al lamentablemente desaparecido maestro y amigo Prof. Dr. Armando Asti Vera, dedicatoria que reiteramos aquí.

sólo de una base lógica formalmente decidible. Un paso previo de esta demostración será la prueba de que la lógica de segundo orden requerida para la formalización de la silogística aristotélica puede "proyectarse" sobre un cálculo lógico decidible.

Nuestro tercer objetivo consiste en la demostración de un teorema general de decisión, equivalente al de Lukasiewicz pero esencialmente menos laborioso, de donde se tornará evidente la simplificación que aporta el método utilizado en el caso de la silogística. Empero esto parece haber pasado desapercibido hasta el presente [1], por lo que constituye una parte medular del artículo.

Como cuarto objetivo nos hemos propuesto una generalización del "axioma de rechazo" de Lorenzen [2]. De dicho axioma se desprenden consecuencias muy interesantes acerca de las condiciones del discurso silogístico y resulta, de modo casi sorpresivo, una aclaración del que hemos llamado "problema de Lukasiewicz". El problema en cuestión es el siguiente: ¿por qué es necesario y suficiente el rechazo axiomático de la forma silogística aai-2 para asegurar el rechazo deductivo de todas las expresiones falsas de la silogística? [3]

En las conclusiones del trabajo se comparan brevemente —a modo de corolario de lo anterior— varios modos de entender la lógica. Se pone así de manifiesto algo que para nosotros es un hilo conductor de nuestra vida teórica, a saber, la relación entre lógica y filosofía. Por diversos motivos, imposibles de reseñar aquí, la lógica y la filosofía se han apartado paulatinamente desde el Renacimiento hasta nuestros días. El resultado de este divorcio es desolador: o bien la lógica es transforma en la *ancilla mathematicae*, o bien se disuelve en un mero convencionalismo relativista y agnóstico, como ha ocurrido especialmente en los últimos tiempos. La refundamentación de la lógica como disciplina apo-

[1] En ninguna parte de la literatura lógica reciente hemos hallado un teorema general de decisión para la silogística mediante el método de productos de relaciones. Lorenzen, p. ej., sólo lo emplea para la silogística elemental. Cf. su *Lógica formal*, cap. I, y su artículo "Ueber Syllogismen als Relationenmultiplikationen", *Archiv für mathematische Logik und Grundlagenforschung* 3, 1957, pp. 112-6.

[2] Cf. Lorenzen, *FL* (Lógica formal), 2.27.

[3] Cf. Lukasiewicz, *Aristotle's Syllogistic* (*AS*), III, p. 76.

díctica y la renovación de su carácter de disciplina filosófica, o al menos de instrumento fundamental de la ciencia y la filosofía, reclama la presencia de un mutuo respeto entre lógica y filosofía.

Además del método deductivo fundamental hemos utilizado el método de productos de relaciones de Lorenzen, que hemos generalizado y justificado en el marco de una lógica consistente y decidible, como ya indicáramos. El método de modelos fue la herramienta imprescindible de esa tarea, ya que nos proporciona un procedimiento constructivo de reducción del tipo lógico de las expresiones. En varios pasajes utilizamos también el método *protológico* de Lorenzen [4]. En lo que respecta a la silogística nos hemos guiado y discutido fundamentalmente los trabajos de Lukasiewicz y de Patzig [5].

I. LA BASE LOGICA DE LA SILOGISTICA

La formalización de una teoría lógica implica la construcción de dos cálculos, a saber, (1) un *cálculo para el sistema de expresiones bien formadas* y (2) un *cálculo para el sistema de expresiones válidas* (o *tesis*) de la teoría [6]. Los párrafos siguientes estarán dedicados a la constitución de dichos cálculos en el ámbito de la silogística, o más precisamente, de sus *bases*, ya que el desarrollo de sus consecuencias pertenecerá a párrafos ulteriores.

(a) Las fórmulas bien formadas de la silogística

El cálculo para el sistema de expresiones bien formadas de la silogística (y también para todo otro cálculo de expresiones donde no intervengan las nociones de validez o de verdad) no es en rigor un cálculo *lógico*, sino un cálculo *protológico* (en la terminología de Lorenzen). Si aceptamos que un cálculo es un sistema de figuras elementales (atómicas o no) y de reglas que permiten construir nuevas figuras a partir de otras ya dadas

[4] Para el concepto de *protológica* cf. Lorenzen, *Einführung in die operative Logik und Mathematik* (*EOLM*), I, 1, y *Pensamiento Metódico*, (*PM*), V.

[5] Cf. Lukasiewicz, *AS*, y Patzig, *Die aristotelische Syllogistik* (*DAS*).

[6] Cf. Lorenzen, *FL*, pp. 46-8 y Bochenski, *Los métodos actuales del pensamiento*, pp. 148-53.

—que, por lo tanto, un cálculo en sentido lato es una *reglamentación para la construcción de figuras* [7]—, advertiremos que la idea es mucho más vasta que la de lógica, pues ésta incluye a la validez o a su correspondiente semántico de verdad formal como momentos esenciales de su concepto. Tales determinaciones están ausentes en la idea general de cálculo.

Para la construcción de nuestro cálculo de expresiones bien formadas o *admisibles* vamos a adoptar, en primer término, el cálculo de expresiones habitual para la lógica proposicional y de predicados con identidad. Es importante señalar que estos cálculos protológicos de expresiones son siempre decidibles, es decir, existe un procedimiento mecánico finito para decidir si una expresión es admisible o no lo es. Tal procedimiento de decisión es el que falta en algunos de sus cálculos lógicos correspondientes. En consecuencia, mientras permanezcamos en el nivel protológico de las expresiones admisibles estaremos facultados a admitir cálculos de expresiones aún para aquellos casos en que sus correspondientes cálculos lógicos sean indecidibles.

Debemos introducir además un conjunto de nuevos términos que permitan formar, en conjunción con las anteriores, las expresiones de la silogística. Las figuras elementales de las proposiciones categóricas y de sus formas proposicionales correspondientes son los *términos* y las *relaciones proposicionales.* Cada uno de ellos puede ser constante o variable. Utilizaremos la siguiente notación:

Términos constantes: P(1), P(2), P(3), ...;

Relaciones constantes: a, a', e, i, o, o'.

Los signos a' y o' representan las relaciones conversas de a y o. En breve definiremos cada una de ellas a partir de la relación primitiva a.

Términos variables: P, Q, L, M, N, ...

P y Q representarán normalmente a los términos sujeto y predicado de la conclusión de una forma silogística respectivamente.

Relaciones variables: r, s, t, ..., o bien, r(1), r(2), ..., r(n).

[7] Cf. Lorenzen, *EOLM*, pp. 4, 12, *FL*, p. 46 y *PM*, p. 83.

Los números y las letras entre paréntesis, desde 'términos constantes', deben ser leídas como subíndices.

Las reglas de formación de la lógica de proposiciones y de la de predicados con identidad son admisibles en el cálculo de expresiones de la silogística. Además agregamos las siguientes reglas de formación:

1. Si P(i) y P(j) son términos constantes, entonces P(i)aP(j), P(i)a'P(j), P(i)iP(j), P(i)eP(j), P(i)oP(j) y P(i)o'P(j) son expresiones admisibles de la silogística.
2. Si P(i) y P(j) son términos constantes, entonces P(i)rP(j), P(i)sP(j), ...; P(i)r(1)P(j), ..., P(i)r(n)P(j) son expresiones admisibles de la silogística.
3. Si en cambio de los términos constantes utilizamos variables en las reglas de formación 1. y 2., las expresiones resultantes son admisibles en la silogística.
4. La expresión que resulta de la sustitución, en una expresión admisible de la lógica proposicional o de predicados (con o sin identidad), de las variables de proposición por algunas de las expresiones admitidas por las reglas 1.-3., son expresiones admisibles de la silogística.

Las anteriores son las únicas reglas de formación aceptadas.

Si en una sustitución se sustituyen todas las apariciones de variables proposicionales por las expresiones antes citadas y además no resta ninguna otra función predicativa, ni libre ni ligada, en la expresión, la llamaremos una *expresión silogística pura.* A ellas dedicaremos nuestra atención preferente.

Las anteriores especificaciones permitirán al lector decidir para cualquier expresión que forme si es una expresión admisible de la silogística o no lo es, y en caso de serlo, si es silogística pura o no.

La expresión P(1)aP(2) representa una *proposición* universal afirmativa concreta, en tanto que PaQ representa una de sus *formas proposicionales* correspondientes. Conforme a la tradición silogística sólo utilizaremos variables de términos en la teoría. Los términos constantes se reservarán para la cuestión del rechazo de las expresiones inválidas. Definiremos a las relaciones proposicionales e, i, o, a', o', tomando como relación primitiva a la relación a (universal afirmativa).

D1. $PiQ = \Sigma M.K.MaP.MaQ.$

Esta definición merece un breve comentario. Ella afirma que siempre que es verdadero que 'algún P es Q', también será verdadero que existe un *término* M para el que vale simultáneamente que 'todo M es P' y que 'todo M es Q' y viceversa. La existencia del término M en todo caso en que PiQ es verdadero queda asegurada porque puede ser *construido* de manera trivial como producto lógico de los términos P y Q, como acertadamente señala Patzig [8].

Los *términos* se interpretan habitualmente como *conceptos generales* (ni individuos, ni categorías, ni nociones supracategoriales) en su versión intensional, o como *clases* (con las mismas limitaciones) en su versión extensional [9]. Pero ni unos ni otros —entidades abstractas— *existen* en el mismo sentido que las entidades individuales. Esta dificultad no surge en la definición de Pierce y Frege [10], que reza así:

$$PiQ = \Sigma x.K.Px.Qx\,.$$

Aquí se predica la existencia de por lo menos un individuo que tenga las propiedades P y Q, razón por la cual tales proposiciones y formas proposicionales se denominan corrientemente 'existenciales'. Sin embargo, tal definición no se aviene bien con el espíritu de la silogística aristotélica, precisamente por la presencia de términos de individuo. Su silogística es una lógica de *términos generales*, con exclusión de términos de individuo entre otros, o mejor aún, es una *teoría especial de las relaciones lógicas entre términos generales* [11]. Por ello puede considerarse que más bien *ninguna* de las formas proposicionales aristotélicas predica exis-

[8] Cf. Patzig, *DAS*, pp. 171-2. Sus definiciones de PiQ y PoQ en Aristóteles corresponden exactamente con las de Freytag-Löringhoff y Lorenzen.

[9] Cf. Lukasiewicz, *AS*, pp. 5-7 y Patzig, *DAS*, pp. 15-8.

[10] Cf. Frege, *Begriffsschrift*... Reimpreso en *Begriffsschrift und andere Aufsätze*, Olms, Hildesheim, 1964 (editor: Ignacio Angelelli) y en *From Frege to Gödel*, Harvard University Press, 1967 (editor: Jean van Heijenoort). Véase también Lorenzen, *FL*, p. 85 y *PM*, p. 36.

[11] Cf Lorenzen, *PM*, p. 36. Lukasiewicz y Patzig lo interpretan en forma similar.

tencia, en oposición a la opinión más difundida en la actualidad.

Que la silogística aristotélica sea una teoría de las relaciones lógicas entre términos generales y que sus formas proposicionales en ningún caso prediquen existencia, son afirmaciones muy fuertes. Pero de lo que aquí se trata no es de terciar en la disputa histórico-filológica sobre el texto aristotélico, sino de construir la silogística de un modo *lógicamente compatible* con el tratamiento aristotélico [12]. Con esta aclaración podemos afirmar que —desde un punto de vista estrictamente lógico— las distintas formas proposicionales describen las relaciones entre los *términos* sujeto y predicado, que se pueden interpretar como conceptos, como predicados o como clases. Ninguna de estas interpretaciones surge necesariamente del texto aristotélico, que se ubica sabiamente "más allá" de esa polémica innecesaria. Estas consideraciones muestran que al menos la definición corriente (de Peirce-Frege) de la forma proposicional afirmativa particular no es correcta. Pero también parece que la presencia del cuantificador existencial en D1. es inadecuada. Creemos, sin embargo, que podemos conservar el cuantificador existencial con la condición de aclarar que en este caso la "existencia" de un término significa simplemente que es posible construirlo, al menos de modo trivial, conservando la verdad de la expresión. Veamos las siguientes definiciones:

D2. $PeQ = N.PiQ$, y recordando D1.:
$$PeQ = N.\Sigma M.K.MaP.MaQ.$$

D3. $PoQ = \Sigma M.K.MaP.MeQ$, y recordando D2.:
$$PoQ = \Sigma M.K.MaP.N.\Sigma L.K.LaM.LaQ.$$

Todo lo dicho respecto de PiQ es aplicable a PoQ. De esta manera todas las relaciones categóricas clásicas se reducen a la relación universal afirmativa y no se apela a ningún signo que represente algún objeto subsumido bajo lo términos generales. Las definiciones dadas se remontan, al menos, a Freytag-Löring-

[12] Así Lukasiewicz, *AS*, p. 130, dice: *A controversy as wheter the Aristotelian syllogistic is a theory of classes or not is in my opinion futile. The syllogistic of Aristotle is a theory neither of classes nor of predicates.*

hoff [13]. Las relaciones conversas se definen de la siguiente manera:

D4. Pa'Q = QaP.
D5. Po'Q = QoP.

Estas relaciones conversas, recientes en la silogística, parecen hallarse preludiadas en la expresión concientemente artificial de las proposiciones categóricas de Aristóteles y en los esquemas de la *inventio medii* medieval. El uso que se dará a ellas aquí será el de proporcionar formas normales en primera figura para todo esquema silogístico, como veremos más adelante.

Es fácil demostrar que esas relaciones conversas no son idénticas con sus relaciones directas. La demostración se puede realizar utilizando el método de diálogos de Lorenzen. Por el contrario, las conversas de e y de i coinciden con éstas [14]. Con estos resultados podemos afirmar que las seis relaciones a, a', e, i, o y o' agotan todas las posibles relaciones entre términos en una proposición categórica asertórica aristotélica, relaciones que satisfacen las siguientes ecuaciones e inecuaciones:

ecuaciones: I. e = e' ; II. i = i' ;
inecuaciones: III. N.a = a' ; IV. N.o = o' .

Con estas seis relaciones puede formarse un *hexágono de oposiciones*, para el que valen las relaciones clásicas de contradicción, contrariedad, subcontrariedad, subalternación y restantes formas de inferencia inmediata.

(b) La relación de contradicción

La silogística clásica admitía la relación de contradicción entre determinadas formas proposicionales categóricas. Ello permaneció indudable hasta el momento en que irrumpió con claridad el problema del infinito en la lógica. Se descubrió, por ejemplo, que dado un infinito actual era posible demostrar para ciertos predicados un teorema de la forma Πx.a(x), por recurrencia simple. Pero para el mismo predicado era posible demostrar que Σx.N.A(x), lo que en la lógica clásica de predicados equivale a N.Πx.A(x), que es la contradictoria del teorema original. Las dos "contradictorias" serían simultáneamente verdaderas. Tal estado de cosas se asimila a la oposición de *subcontrariedad* de la silogística clásica, aunque la forma lógica de las proposiciones es la de las contradictorias. Estos problemas dieron origen en la aritmética transfinita a los conceptos de *ω-consistencia, ω-completitud* y sus contradictorios [15].

En lo relativo a la silogística nuestro problema consiste en averiguar si esta revolución en los fundamentos de la lógica y la matemática conmueve las oposiciones de contradicción clásicas. Podemos asegurar que la reducción de la contradicción a mera subcontrariedad no es admisible en la silogística, pues tornaría imposible la demostración de sus teoremas más importantes, como veremos más adelante, ya que éstos requieren al menos la admisión de la contrariedad entre las formas supuestamente contradictorias.

Para comenzar nos limitaremos a un universo finito de objetos, adoptaremos momentáneamente la interpretación de Peirce-Frege de las proposiciones categóricas e introduciremos el concepto de *"definido en el sentido de la verdad"* (*wahrheitsdefinit*).

D6. Una proposición es *definida en el sentido de la verdad* cuando existe un procedimiento (efectivo) para decidir si es verdadera o falsa [16].

En un universo finito U(n) = a(1), ..., a(n) las interpretaciones de las formas proposicionales universal afirmativa y de su negación resultan:

Πx.C.Px.Qx = K.K. ... K.C.Pa(1).Qa(1).C.Pa(2).Qa(2). ... C. Pa(n).Qa(n) ;

Σx.N.C.Px.Qx = A.A. ... A.N.C.Pa(1).Qa(1).N.C.Pa(2).Qa(2). ... N.C.Pa(n).Qa(n).

[13] Freytag-Löringhoff, "Ueber das System der Modi des Syllogismus", *Zeitschrift für philosophische Forschung* 4, 1949.
[14] Véanse las demostraciones en nuestra tesis original, pp. 23-24.

[15] Véase nuestra tesis original, p. 27 y su notas correspondientes.
[16] Cf. Lorenzen, *Metamathematik* (M), p. 20 y *PM*, p. 61.

Es fácil comprobar que si la primera es verdadera, la segunda es falsa y viceversa. Como para universos finitos vale la lógica clásica —y en consecuencia la doble negación fuerte, el principio de *tertium non datur*, las equivalencias de De Morgan y la equivalencia E.Cpq.ANpq—, es posible obtener de la segunda expresión anterior otra equivalente: Σx.K.Px.N.Qx, que es la forma de Peirce-Frege para la proposición categórica PoQ. De esta manera queda probada la relación de contradicción entre PaQ y PoQ para universos finitos. De manera semejante se demuestra la contradicción de Pa'Q y Po'Q para dichos universos, como también la de PeQ y PiQ.

Ahora debemos enfrentarnos con la cuestión siguiente: ¿permanecen dichas contradicciones cuando se supone un universo de objetos infinito potencial? Para aclarar la cuestión es menester introducir previamente algunas definiciones:

D7. Una forma es una verdad *lógica constructiva* si y sólo si toda expresión de esa forma puede ser ganada en un diálogo contra cualquier oponente; es decir, cuando existe para el proponente una estrategia de ganancia que le asegura en todo caso la victoria [17].

D8. Una proposición es *definida en el sentido de la prueba* (*beweisdefinit*) cuando se puede *definir* un procedimiento finito que constituya una demostración de aquélla (aunque no exista un método mecánico de construcción de la prueba) [18].

Una proposición puede ser definida en el sentido de la prueba y no serlo en el sentido de la verdad. Por ejemplo, la proposición 'Algunos números impares son perfectos'. Nadie ha encontrado jamás un número impar perfecto y el único procedimiento decisorio absoluto sería el de agotar la serie de los impares positivos. Pero ésta es una tarea infinta y, por lo tanto, no constructiva. Por tanto, de acuerdo con D6., la proposición anterior no es definida en el sentido de la verdad. Sin embargo es definida en el

[17] Cf. Lorenzen, *M*, pp. 30 y 36.

[18] La definición que presentamos difiere de las dadas por Lorenzen. Cf. *M*, p. 26 y *PM*, p. 62.

sentido de la prueba, pues sabemos perfectamente qué significaría probar dicha proposición: bastaría presentar un número impar cuyos divisorios propios sumados dieran dicho número.

D9. Una proposición es *definida en el sentido del diálogo* (*dialogdefinit* o *dialogischdefinit*) cuando en un diálogo existe un procedimiento *finito* y *reglado*, al que se someten los interlocutores, mediante el cual se puede establecer en todo momento (1) si el diálogo ya ha terminado y (2) quién es el ganador en tal caso. Los interlocutores no pueden abandonar el diálogo ni evitar un paso hasta su conclusión [19].

Pueden presentarse también casos de proposiciones que sean definidas respecto del diálogo y que no lo sean en el sentido de la prueba. Este es el caso de la negación de proposiciones en universos (potencialmente) infinitos. Sean por ejemplo las siguientes proposiciones: 'Hay cuervos blancos' y 'No hay cuervos blancos'. Ninguna de ellas es definida en el sentido de la verdad. Empero la primera es definida en el sentido de la prueba, pues podemos definir la situación que constituye una prueba o verificación de ella, a saber, el procedimiento finito de presentar un cuervo blanco a los interlocutores. La segunda en cambio no está definida en ese sentido, pues ello supondría un procedimiento infinito de recorrida del universo (en el espacio y el tiempo), lo que no está al alcance del entendimiento finito, sino sólo del entendimiento divino. Sin embargo, dicha proposición está definida en el sentido del diálogo, como lo muestra el esquema de diálogo de la negación. (Véanse para ello las obras citadas en la nota 19.)

Otro tipo de proposiciones que en un universo potencialmente infinito no es definido en el sentido de la prueba, pero sí lo es en el sentido del diálogo, es el de las proposiciones universales. Sea por ejemplo la proposición: 'Todos los cuervos son negros'. ¿Qué significaría probar semejante proposición? Evidentemente

[19] Cf. Lorenzen, *M*, pp. 27-8, y *PM*, p. 63. Las estructuras dialógicas fundamentaels pueden hallarse en las obras de Lorenzen, *FL*, *M*, *PM*, *Konstruktive Logik, Ethik und Wisenschaftstheorie* (*KLEW*) y en Kuno Lorenz, "Dialogspiele als semantische Grundlage von Logikkalkülen", *Archiv für mathematische Logik un Grundlagenforschung* 11, pp. 32-55 y 73-100.

recorrer el universo. Sin embargo, tal proposición es definida en el sentido del diálogo, pues para cada objeto particular está dialógicamente definido y el procedimiento es reiterable mediante una ramificación potencialmente infinita.

No puede escapar al lector la semejanza de estos desarrollos con algunos anteriores de Karl Popper. Las proposiciones de la forma 'a es P', donde a es un individuo y P un predicado (simple o complejo), son para Lorenzen definidas respecto de la verdad y para Popper *simétricas* respecto de la verificación y la falsación. Las proposiciones de forma particular 'algún S es P' son para Lorenzen *beweisdefinit* y para Popper *verificables*. Las de forma universal 'todo S es P' son definidas en el sentido del diálogo para Lorenzen y solamente *falsables* para Popper. Los sistemas conceptuales de Lorenzen y Popper no son idénticos sino *isomorfos*. La diferencia fundamental surge de que los conceptos de Lorenzen están pensados para el problema de fundamentos de la lógica y la matemática, en tanto los de Popper lo están para la fundamentación de las ciencias empíricas, especialmente la física. Una simetría mayor aún surge de la confrontación de la obra de Popper con un trabajo anterior de Lorenzen, donde caracteriza a las proposiciones particulares como *beweisdefinit* y a las universales como *widerlegungsdefinit* [20].

Los conceptos anteriores permiten establecer un principio de clasificación entre ciertos 'insolubillia" de la matemática. El "teorema" de Fermat y la conjetura de Goldbach no son definidos en el sentido de la prueba, pero lo son en el sentido del diálogo. La afirmación de existencia de impares perfectos es en cambio definida en el sentido de la prueba, pero no en el sentido de la verdad. La gradación es evidente: si una proposición es definida en el sentido de la verdad, entonces lo es respecto de la prueba, y si lo es en este último sentido, lo será en el sentido del diálogo. Las implicaciones conversas, obviamente, no valen.

Con estos conceptos podemos aclarar el problema de la contradicción entre proposiciones categóricas, en tanto se refieran a

[20] Cf. Popper, *El desarrollo del conocimiento científico* y *La lógica de la investigación científica* y Lorenzen, *EOLM*, p. 6.

un universo de objetos potencialmente infinito (que es el caso más simple de infinitud). Para un universo tal dichas proposiciones no serán, en general, definidas en el sentido de la verdad, sino a lo sumo definidas en el sentido de la prueba. En este punto surge la discrepancia entre el principio de bivalencia clásico y la interpretación *intuicionista*. En efecto, ¿qué significa afirmar que toda proposición es o bien verdadera o bien falsa si no se dispone de un procedimiento *simétrico* de verificación y falsación. En términos intuicionistas dicho principio de bivalencia equivale a afirmar que: (1) ninguna proposición puede ser *a la vez* verdadera y falsa, y (2) que tampoco puede ser *a la vez* no-verdadera y no-falsa. En símbolos esto se expresa con las tesis N.K.p.Np y N.K.Np.NNp, que son dos formas del principio de no-contradicción aceptables en el intuicionismo. De ellos, en la lógica clásica se deriva el principio de tercero excluido A.p.Np., pero éste es *inderivable* en la lógica intuicionista, aunque conserve su validez para una lógica de la finitud.

Por el principio de no contradicción sabemos que, si una proposición es verdadera, su negación es falsa, por lo que vale la relación de contrariedad. Pero si sabemos que es falsa, sólo sabremos que su negación será no-falsa (no-no-verdadera), pero no que es verdadera, pues en el infinito no vale la mitad no intuicionista de la doble negación (CNNpp). En consecuencia, si la negación de una proposición es falsa (NNp), no se sigue que su afirmación (p) sea verdadera. Por ello no vale la contradicción clásica en sentido estricto.

Estos resultados son plenamente aplicables a las proposiciones categóricas clásicas cuando su campo de aplicación se extiende a un dominio infinito. Debe agregarse además que dichas proposiciones, como vimos, no están definidas en el sentido de la verdad, salvo en el caso de ciertas proposiciones universales inductivas (por recurrencia) en las ciencias formales y ciertas proposiciones descriptivas de esencias en las ciencias eidéticas.

Con esto queda asegurado el carácter al menos contrario de las proposiciones clásicamente contradictorias. La posibilidad de una oposición aún más débil, como la de subcontrariedad, para dichas proposiciones no aparece mientras nos ciñamos a dominios potencialmente infinitos, dominios que bastan para la mayoría de los problemas filosóficos y científicos, incluido el problema central de fundamentación del análisis, es decir, el problema del continuo, como demuestra Lorenzen en un evidente retorno a la posición aristotélica [21]. Es conveniente recordar de paso la enorme penetración de Aristóteles en la cuestión del *tertium non datur*, la cual, aunque no idéntica a los desarrollos intuicionistas contemporáneos, anticipa en cierta medida la cuestión [22].

Los resultados que hemos obtenido son los siguientes: en una interpretación en un universo finito (y en toda otra interpretación posible donde valgan los principios de tercero excluido y la parte no intuicionista de la doble negación) es posible demostrar la contradicción de los pares clásicos de la silogística. En una interpretación en un universo potencialmente infinito es posible demostrar la contrariedad de dichos pares, pero esta debilitación no acarreará la no demostrabilidad de ninguna de las tesis de la silogística. Otra circunstancia favorable es la siguiente: a pesar de las críticas intuicionistas, la aplicación de la lógica de predicados clásica al dominio de objetos potencialmente infinitos no ha conducido en ningún caso a contradicción en un cálculo arbitrario. Este hecho sorprendente se explica porque es posible demostrar que la lógica clásica es aplicable, como "lógica ficticia", a un dominio infinito potencial de objetos, sin que de ello sea posible derivar una contradicción [23]. Esto se advierte cuando se observa que para toda fórmula clásica válida es posible encontrar en una lógica intuicionista una tesis equivalente, donde todo miembro de la fórmula clásica se encuentra precedido por una doble negación. Si en la lógica clásica se derivara una contradicción KpNp, en la lógica intuicionista sería derivable KNNpNNNp, y como en esta lógica vale ENNNpNp, sería derivable KNNpNp y NNNApNp (correspondiente a NApNp en una lógica efectiva). De donde, dado que la lógica intuicionista es "efectiva" para todo dominio infinito potencial y su no contradicción está probada, es lícito utilizar en dicho dominio la lógica clásica como "ficción" adecuada. Podemos conservar, en consecuencia, la contradicción clásica entre proposiciones categóricas como "ficción" sin consecuencias negativas. Sólo en el caso de la demostración del teorema general de decisión se hará uso de esta concesión.

[21] Cf. Lorenzen, *Differential und Integral* (*DI*), cap. II, *M*, p. 201 y *PM*, pp. 102-3.

[22] Cf. Aristóteles, *De interpretatione*, 9, 18a28-30, 33-35, 18b23-25, 19a8-22, 29-32. Véase también Kneale & Kneale, *The Development of Logic*, p. 47 y con respecto a la interpretación de Lukasiewicz véase Prior, *Formal Logic*, 242-3.

[23] Lorenzen utiliza esta denominación de "lógica ficticia" y da una demostración de su licitud en *FL*, pp. 83-4 y 102-4. Tal demostración no es la primera, pues desde los comienzos de la investigación sobre lógicas intuicionistas se sabe que para toda ley lógica clásica existe otra intuicionista precedida de doble negación. Véase también del mismo autor, *KLEW*, p. 52 .

(c) Normalización de las formas silogísticas simples

Para normalizar colocaremos primero la premisa menor y luego la mayor en nuestros esquemas silogísticos. De esta manera se hace perceptible la posición central del término medio en la primera figura y a esta se reducirá toda forma gracias a la utilización de las relaciones proposicionales conversas. Según esta convención las cuatro figuras adquieren las siguientes formas:

i. C.K.PrM.MsQ.PtQ ;
ii. C.K.PrM.QsM.PtQ ;
iii. C.K.MrP.MsQ.PtQ ;
iv. C.K.MrP.QsM.PtQ .

Las relaciones conversas permitirán que, toda vez que tengamos una expresión de la forma PrQ, podamos obtener una expresión equivalente de la forma Qr'P. Por lo tanto, todo silogismo se puede reducir a una forma de primera figura y, en consecuencia, la silogística se puede reducir al estudio de las relaciones y de sus productos de la forma rs y de otros productos generalizados. Las formas silogísticas que se obtienen mediante este tipo de reducción a primera figura se denominan *silogismos normados*. En muchos casos es posible establecer no sólo un condicional válido de la forma aludida, sino también una equivalencia válida de la forma E.K.PrM.MsQ.PtQ. Estos son los casos de silogismos fuertes, donde es posible la *inventio medii*. A tales equivalencias las denominaremos *equivalencias normadas*.

(d) El cálculo para el sistema de expresiones válidas de la silogística

Para la deducción del sistema de las formas silogísticas simples válidas son suficientes los dos axiomas siguientes:

A1. C.K.PaM.MaQ.PaQ (*Barbara* I);
A2. PaP (ley universal de identidad).

El número romano entre paréntesis indica la figura del silogismo, procedimiento que reiteraremos. Posteriormente se agregará un axioma de rechazo y luego su generalización. Este sistema axiomático tan simple, aventaja en este aspecto tanto al de Aristóteles, como al de Lukasiewicz y otros lógicos. Ello obedece a ciertos aspectos peculiares del sistema de Lorenzen. En primer lugar por la utilización de las relaciones conversas a' y o'. En segundo lugar, por la introducción de definiciones como las D1. y D3. que, como todas las definiciones en lógica, van a permitir la introducción de equivalencias normadas válidas, por lo que encubren verdaderos axiomas. Por otra parte, la mayor potencia y simplicidad deductiva depende en mucho de la peculiar e ingeniosa utilización de la ley de identidad A2., que permite la demostración de existencia de un término medio, lo que facilita la demostración de los condicionales conversos y, por tanto, de nuevas equivalencias normadas. Agréguese a ello la introducción del cálculo abstracto de productos de relaciones, que se mostrará como un procedimiento deductivo muy poderoso. Dicho cálculo de producto de relaciones, como dijéramos arriba, deberá poder proyectarse sobre un modelo lógico que contenga sólo la lógica subyacente adoptada y las expresiones silogísticas ya deducidas. En consecuencia, se deberán establecer todas las propiedades de las relaciones y sus productos a partir de dichos antecedentes lógicos. Esta es una de las tareas que deberemos acometer en lo que sigue.

II. LAS TESIS DE LA SILOGISTICA ELEMENTAL

(a) Comienzos de la deducción

Toda vez que tengamos una definición válida en un sistema, estaremos facultados a introducir como nueva tesis a su bicondicional correspondiente. Y cada vez que tengamos una definición o una tesis de forma bicondicional, podemos utilizar válidamente la *regla de intercambio de equivalencias* RE. Otras reglas usuales son las de *separación* (*modus ponens* MP) y de *sustitución* S de variables proposicionales por expresiones bien formadas de la silogística. Conforme lo requiera el progreso de la deducción, se introducirán nuevas reglas, todas ellas justificables en la lógica subyacente.

De la definición D1. obtenemos las siguientes tesis:

T1. E.ΣM.K.MaP.MaQ.PiQ,

y los dos condicionales válidos en que se desdobla este bicondicional:

T2. C.ΣM.K.MaP.MaQ.PiQ,
T3. C.PiQ.ΣM.K.MaP.MaQ.

De forma análoga obtenemos de D3. las siguientes tesis:

T4. E.ΣM.K.MaP.MeQ.PoQ,
T5. C.ΣM.K.MaP.MeQ.PoQ,
T6. C.PoQ.ΣM.K.MaP.MeQ.

Las tesis T1.-T6. son *semejantes* a formas silogísticas válidas (T2. y T5. son semejantes a *Darapti* III y a *Felapton* III, y T3. y T6. a sus conversas), pero la presencia del cuantificador impide que las identifiquemos con formas silogísticas. Si quisiéramos deducir nuevas equivalencias correspondientes a T1. y T4. que carecieran de dicho cuantificador, deberíamos estar en condiciones de eliminarlo. La lógica de primer orden con predicados monádicos, que es la lógica subyacente que admitimos, admite reglas de introducción y eliminación de cuantificadores, pero dichos cuantificadores son de primer orden. Por el contrario, adviértase que los cuantificadores de que se trata aquí son de *segundo orden,* pues cuantifican *términos* y no individuos.

(b) Proyección de las expresiones de segundo orden sobre un modelo de primer orden

Nuestro problema consiste en hallar un método de introducción y eliminación de cuantificadores de segundo orden sin recurrir a un cálculo de segundo orden. Es decir, necesitamos la *riqueza expresiva* de una lógica de segundo orden en cuanto a la cuantificación de términos, pero evitando las limitaciones internas de todo cálculo demasiado rico. Para ello mostraremos las limitaciones peculiares de nuestro problema:

a. La lógica subyacente se limita a una pequeña porción de la lógica de predicados de primer orden: aquella que sólo contiene predicados *monádicos* y que sólo admite modelos *enumerables* (infinito-potenciales).

b. El sistema de expresiones de la silogística (comprendida la silogística ampliada), si bien contiene expresiones de segundo orden, es un sistema expresivo *mucho más pobre* que el de la lógica subyacente, como será fácil comprobar al lector. De modo que podemos establecer una correspondencia biunívoca entre las expresiones admisibles de la silogística y una parte de las expresiones de la lógica de predicados monádicos.

En consecuencia, el conjunto de las expresiones de la silogística ampliada es una pequeña región acotable del cálculo de expresiones de la lógica de segundo orden que es "proyectable" sobre el cálculo de expresiones de la lógica de primer orden monádica. Lo que debemos establecer ahora son las condiciones de ese modelo. Nuestro problema consiste en justificar un paso que va de una fórmula como E.Σx.K.Fx.Gx.K.Fx.Gx a una fórmula como E.ΣM.K.MaP.MaQ.K.MaP.MaQ, pero no como regla general, sino como procedimiento admisible para casos particulares. Las reglas deben ser justificadas sólo merced a la lógica de predicados de primer orden y deben tener la propiedad de ser *admisibles*, que definimos a continuación:

D10. Una regla de deducción es *admisible* respecto de un cálculo determinado, cuando su introducción en el cálculo no provoca una ampliación de la clase de las tesis y reglas ya derivables antes de la introducción de dicha regla [24].

[24] Para los conceptos de admisible (zulässig) y admisibilidad (*Zulässigkeit*) cf. Lorenzen, *EOLM*, p. 19, *FL*, p. 49, *M*, pp. 45-8 y *PM*, pp. 85, 88-9.

Toda regla deducible es admisible, pero la conversa no siempre vale: pueden existir reglas admisibles que no sean deducibles. Empero la admisibilidad no puede decretarse arbitrariamente. Siempre deberá demostrarse, directa o indirectamente, que existe en el cálculo un procedimiento de demostración que prescinde de la regla admisible. Esto es lo que se denomina un *procedimiento de eliminación* (*Eliminationsverfahren*). En consecuencia, deberemos demostrar el siguiente teorema:

(TE) *Teorema de eliminación*

Las reglas de deducción

R1. 'De ΣM.K.MaP.MaQ se sigue K.MaP.MaQ ', y
R2. 'De ΣM.K.MaP.MeQ se sigue K.MaP.MeQ '

son admisibles en la silogística.

Dem. Hay que demostrar que dichas reglas son *eliminables*, es decir, que se puede pasar de la premisa a la conclusión prescindiendo de la regla en cuestión, con el solo recurso de la lógica subyacente de primer orden. Para ello estableceremos las siguientes reglas de "proyección" de las expresiones de la silogística sobre un modelo de primer orden:

1. A las constantes lógicas de la silogística le haremos corresponder sus equivalentes en su lógica subyacente.
2. A los cuantificadores ΣM, ΣL, ... (que corresponden a términos "expuestos") le haremos corresponder los cuantificadores de primer orden Σx, Σy, ... (a términos distintos se le asignarán siempre variables distintas).
3. A las formas proposicionales categóricas universales que estén dentro del alcance de un cuantificador ΣM, ..., le haremos corresponder funciones proposicionales de la forma F(a)x, G(a)x, ..., N.F(e)x, N.G(e)x, ... (a formas proposicionales distintas se asignan funciones proposicionales distintas).
4. A las formas proposicionales categóricas que no estén dentro del alcance de un cuantificador se le asignan sus expresiones correspondientes en la notación de Peirce-Frege: a PaQ corresponderá Σx.C.Fx.Gx, etc.

5. Los subíndices en la regla 3. permiten reconocer las formas proposicionales de las cuales provienen y por lo tanto retornar a las formas proposicionales de la silogística, siempre que se tenga el cuidado de colocarlas dentro del alcance de un cuantificador adecuado.
6. Las reglas 1.-4. son simétricas: pueden aplicarse en ambos sentidos deductivos.

Estas son las únicas reglas de traducción que admitimos. Demostremos primero la admisibilidad de R1. De ΣM.K.MaP.MaQ obtenemos por 1., 2. y 3., Σx.K.F(a)x.G(a)x. Por la aplicación del teorema de Herbrand a la regla de especificación existencial y substitución obtenemos C.Σx.K.F(a)x.G(a)x.K.F(a)s.G(a)s, con la cual, conjuntamente con la anterior y MP, obtenemos K.F(a)s.G(a)s. Para poder continuar necesitamos una deducción subsidiaria: supongamos que Fs; entonces, para todo x, si x es idéntico a s, entonces Fx. En símbolos: C.Fs.Πx.C.x = s.Fx. La implicación conversa es también trivialmente verdadera. Por lo tanto será verdadera la siguiente equivalencia: E.Fs.Πx.C.x = s.Fx. Dado que '= s' es un predicado monádico especial, que simbolizamos 'H', reescribimos la equivalencia anterior de la siguiente manera:

E.Fs.Πx.C.Hx.Fx .

La deducción anterior merece un comentario. La presentación no formalista de la deducción subsidiaria es voluntaria, pues en caso contrario deberíamos recurrir a las teorías de la identidad, de las descripciones y de la abstracción, contra nuestro propósito de permanecer en un ámbito lógico de primer orden. Ello nos obligó a entender la identidad de modo *protológico*, como la capacidad *práctica* de reconocer cuándo un objeto cualquiera que aparece es *determinado* objeto. Esta habilidad elemental es imprescindible en toda actividad práctica, incluido el manejo de signos previo a la construcción de un cálculo. El significado de la deducción subsidiaria se torna entonces claro. El reemplazo de 'x=s' por 'Hx' supone también la habilidad protológica de concebir, en

esa actividad de reconocimiento de la identidad de un x cualquiera con un s determinado, la instauración de un *predicado* monádico que es satisfecho por un solo individuo. Y correlativamente, la capacidad de reconocer, dado un individuo, una clase que lo tenga como único elemento, aunque esta operación, más compleja, se funda en la anterior. En resumen, la admisibilidad de la deducción subsidiaria se funda en una reflexión protológica previa y más simple que la misma lógica de predicados monádicos de primer orden, y no sobre un cálculo más complejo. Dado que todo cálculo lógico supone la protológica previa, nuestra deducción es plenamente admisible[25]. El significado intuitivo de la transformación aceptada es que para todo individuo existe un *predicado* que sólo él satisface (y correlativamente una *clase unitaria* y un *término*). Por reemplazo en la fórmula anterior de K.F(a)s.G(a)s por su equivalente dado en la última equivalencia, obtenemos: K.Πx.C.Hx.Fx.Πx.C.Hx.Gx. De aquí, recordando las reglas 4. y 6., obtenemos: K.MaP.MaQ, que es la conclusión de la regla R1. Por lo tanto hemos obtenido una demostración de su admisibilidad. La demostración de R2. se hace de manera análoga, por lo que la dejamos al lector. Con esto concluye la demostración de nuestro teorema. Cabe señalar, en primer lugar, que esta demostración de admisibilidad no se hace en el seno de la silogística, sino en su modelo lógico, tema sobre el que retornaremos. En segundo lugar, la adopción de la regla de traducción 2. podría alentar la idea tan difundida de que la silogística aristotélica es un sistema válido sólo para "términos no vacíos". Sin embargo tal interpretación depende de la concepción nominalista del significado, que aún predomina entre los lógicos. Si adoptamos una concepción "contextualista", como la de Urban, tal dificultad desaparece: la "existencia" en sentido lógico se refiere al contexto adecuado y

[25] La introducción de un predicado (correlativamente un concepto) que es satisfecho por un solo objeto roza el clásico problema del *principium individuationis*, de si éste es material o formal para ciertos géneros de entes. No terciamos en la cuestión. Adviértase que aunque la individuación en ciertos casos se dé por la *materia signata quantitate*, es siempre posible determinar un predicado lógico que sólo un individuo satisfaga. La introducción de dicho predicado en la lógica es, por lo tanto, *neutral* respecto de la determinación metafísica de la individualidad y no presupone una concepción formal de dicho problema.

depende sólo de la ausencia de sinsentido y contrasentido en el concepto.

Corolarios del teorema anterior

Puesto que las transformaciones utilizadas en el teorema anterior son simétricas, si se tienen en cuenta las limitaciones de las reglas de proyección en lo relativo a subíndice y cuantificadores, es posible derivar las reglas conversas:

R1'. De K.MaP.MaQ se sigue ΣM.K.MaP.MaQ y
R2'. De K.MaP.MeQ se sigue ΣM.K.MaP.MeQ .

Con estas reglas estamos en condiciones de admitir las siguientes equivalencias:

E.ΣM.K.MaP.MaQ.K.MaP.MaQ ,
E.ΣM.K.MaP.MeQ.K.MaP.MeQ .

Estas equivalencias las utilizamos en la deducción de tesis silogísticas que no podíamos derivar de T1.-T6. Así de T1., T2. y T3. obtenemos:

T7. E.K.MaP.MaQ.PiQ
T8. C.K.MaP.MaQ.PiQ (*Darapti* III)
T9. C.PiQ.K.MaP.MaQ

Recordando la definición de a' obtenemos de T7. y RE:

T10. E.K.Pa'M.MaQ.PiQ .

De la misma manera, de T4., T5. y T6. derivamos los teoremas:

T11. E.K.MaP.MeQ.PoQ ,
T12. C.K.MaP.MeQ.PoQ (*Felapton* III),
T13. C.PoQ.K.MaP.MeQ .

Y nuevamente recordando la definición de a':

T14. E.K.Pa'M.MeQ.PoQ .

T10. y T14. son dos nuevas equivalencias normadas.

La admisibilidad de las equivalencias que nos permitieron

prescindir de los cuantificadores en los teoremas T1.-T6. no se dedujo *dentro* de un cálculo de segundo orden, sino en su correspondiente modelo de primer orden. La justificación de estas equivalencias ha dependido de la técnica de traducción utilizada en la construcción del modelo, que podemos sintetizar así:

1. se establece una separación neta entre el cálculo de expresiones y el cálculo de las tesis (esto vale para cualquier cálculo lógico);
2. dentro del cálculo de expresiones de la lógica de segundo orden se recorta la clase de expresiones de la silogística y se la aísla sistemáticamente respecto del cálculo de las fórmulas válidas de segundo orden. Esto significa (1) que en la demostración de las expresiones de la silogística no se introducen subrepticiamente propiedades teóricas propias del cálculo de segundo orden; en tal caso la porción aislada sólo tiene en común con el sistema de segundo orden la estructura de su cálculo de expresiones, pero está aislada del sistema de axiomas y reglas de segundo orden. (2) todas las demostraciones que se establecen para la silogística, mediante su traducción en un modelo de predicados monádicos de primer orden, valen exclusivamente para la región de las expresiones de la silogística y queda prohibida su generalización a la *totalidad* de las expresiones de segundo orden. De esa manera la región de la silogística está deductivamente aislada *en doble sentido* del resto de las expresiones de segundo orden. Hablamos entonces de una *porción sistemáticamente aislada* de un cálculo de segundo orden respecto de su cálculo de fórmulas válidas. Este criterio es naturalmente generalizable a otros casos.

Se establece así un isomorfismo entre ambos sistemas y, en consecuencia, la demostración de la admisibilidad de reglas y tesis de la silogística sobre la base de su admisibilidad en la lógica subyacente. En forma general podemos decir que, si es posible establecer un isomorfismo entre una región sistemáticamente aislada de un cálculo de orden superior y un cálculo de orden inferior, entonces *las propiedades teóricas que valen para el cálculo de orden inferior también valen para la porción sistemáticamente aislada del cálculo de orden superior*. Este resultado es de importancia crucial en el caso de las propiedades metateóricas fundamentales. En el caso de la silogística, dado que el cálculo de primer orden sobre el que fue proyectada es tan pobre teóricamente que es consistente, decidible y completo, esto nos permite afirmar que la silogística misma, a pesar de suponer expresiones de segundo orden, por estar sistemáticamente aislada y traducida isomórficamente sobre dicha lógica, también posee dichas propiedades metateóricas.

La axiomatización de Lukasiewicz requeriría un procedimiento de traducción semejante. Su necesidad se advierte cuando se observa que su axiomatización implica cuantificadores de segundo orden, mientras que la "teoría de la demostración" admitida en su lógica subyacente es de primer orden. Si la traducción sobre una lógica decidible de primer orden no fuera posible, debería recurrirse a una lógica de segunda orden, cuyas limitaciones metateóricas por lo menos harían dudoso el valor demostrativo del teorema de Lukasiewicz sobre la decisión en la silogística ampliada. Un modelo decidible, como el que construyéramos, elimina ese peligro. Para esta tarea fue suficiente la noción de isomorfismo. La teoría general de modelos admite también la posibilidad de homomorfismos, por ejemplo con Tarski. La construcción de modelos de orden inferior recuerda al *axioma de reducibilidad* de Russell, pero su carácter constructivo, y por ende limitado a casos particulares efectivos, no presenta las desventajas frecuentemente señaladas a dicho axioma.

(c) Continuación de la deducción

Daremos brevemente las normas para continuar la deducción del modo habitual. De cada forma silogística válida podemos obtener, gracias a las relaciones conversas a' y o' (y recordando que e, i, son autoconversas), otras tres formas silogísticas válidas, las que normalmente no son clásicas. Así, entre las formas clásicas obtenemos *Felapton* I y *Fesapo* IV. Es importante contar con equivalencias silogísticas cuando ella sea posible (es decir, cuando es posible la *inventio medii*). Para ello se debe demostrar un condicional converso, lo que se realiza con la ayuda del axioma A2. de manera casi trivial, recordando el teorema de Herbrand y la regla de reemplazo de equivalencias RE. Así obtenemos la forma de Barbara con equivalencia:

T19. E.K.PaM.MaQ.PaQ .

El uso de las equivalencias silogísticas, además de las implicaciones, permitirá distinguir entre las formas "fuertes" y las débiles subalternas. Dicho uso de las equivalencias, muy frecuente hoy, estaba ya prefigurado en Aristóteles, según muestra Patzig [26], y es un supuesto necesario de la *inventio medii* medieval.

(d) Productos de relaciones con igualdad

El siguiente es un paso "abstractivo", que consiste en obtener, a partir de cada equivalencia normada válida de la forma

(1) E.K.PrM.MsQ.PtQ ,

un *producto de relaciones con igualdad* de la forma

(2) rs = t .

Por su forma este producto pertenece a la lógica de relaciones. Empero, recordando los procedimientos de construcción de modelos, vamos a establecer las siguientes condiciones a dichos productos.

1. Por su estructura de expresiones pertenecen efectivamente al cálculo de expresiones de la lógica de relaciones. Para nuestros propósitos actuales admitiremos expresiones hasta del grado de complejidad de la (2). Luego podremos ampliar su complejidad.
2. Las expresiones así admitidas se *desvinculan deductivamente* de la lógica de relaciones, como en el caso del modelo anterior.
3. Se establece una correspondencia biunívoca entre las expresiones admitidas de la forma (2) y las equivalencias válidas de la silogística. Todas las reglas y tesis admisibles para las relaciones y sus productos deberán demostrarse a partir de las propiedades formales de su lógica subyacente, que ahora está compuesta por la silogística ya introducida, la lógica monádica de primer orden y su protológica correspondiente. Se establece así un *isomorfismo* entre las expresiones de tipo (1) y las de tipo (2), de

[26] Cf. Patzig, *DAS*, p. 171.

manera que cada uno de los cálculos puede considerarse un modelo del otro. Por lo tanto, procederemos así: (1) todas las propiedades formales de las relaciones y sus productos, para ser admisibles, deberán demostrarse en su modelo lógico-silogístico; (2) dado que los productos de relaciones con igualdad pueden considerarse *abreviaturas* de sus correspondientes bicondicionales válidos, que permiten considerar una parte de la silogística con prescindencia de sus términos (y dado que el manejo con relaciones es deductivamente más simple y potente que el manejo de sus bicondicionales correspondientes) utilizaremos a las relaciones y sus productos como un modelo en el cual podremos demostrar que nuevas equivalencias normadas son admisibles en la silogística. Este es el procedimiento inverso. Su licitud está asegurada, pues las condiciones impuestas lo *aíslan sistemáticamente* de la lógica de relaciones y todas sus propiedades teóricas dependerán de la lógica subyacente. De esta manera *el problema de la silogística se reduce al de los productos de ciertos tipos de relaciones,* con y sin igualdad [27].

Mediante abstracción se definen las relaciones a partir de las formas proposicionales, las conversas y sus productos, definiciones que no podemos dar aquí por razones tipográficas, pero que no ofrecen ninguna dificultad teórica. Como teorema protológico se obtiene: T20. r'' = r. Este resultado surge meramente de la definición notacional de r', y por lo tanto no involucra a ninguna ley de doble negación *lógica*: es una consecuencia sólo *protológica.*

La asociatividad se deriva por interpretación en su modelo silogístico. Supongamos que (rs)t = u. En su modelo deberá existir una equivalencia válida de la forma E.K.PrsM.MtQ.PuQ. Por la definición de producto de relaciones deberá existir un L que satisfaga a la equivalencia E.KK.PrL.LsM.MtQ.PuQ. Por asociatividad de la conjunción valdrá: E.K.PrL.K.LsM.MtQ.PuQ. Por la definición de producto de relaciones obtenemos: E.K.PrL. LstQ.PuQ, al que le corresponderá el producto de relaciones r(st) = u. Esta deducción es recíproca. Por transitividad queda demostrado el teorema: (rs)t = r(st).

[27] Cf. Lorenzen, *FL*, p. 12.

Las equivalencias con que contamos nos permiten afirmar los primeros productos de relaciones con igualdad:

(I) aa = a, (II) a'a = i, (III) a'e = o.

De (II) multiplicando a la derecha ambos miembros por a y recordando que aa = a obtenemos: a'a = ia, de donde por (II) resulta: (IV) ia = i. A este producto corresponden una equivalencia normada E.K.PiM.MaQ.PiQ y cuatro silogismos, entre ellos las formas clásicas *Darii* I y *Datisi* III. Con métodos semejantes se demuestran los productos de relaciones con igualdad

(V) ea' = e, (VI) ae = e.

A ellos corresponden, entre otros no clásicos, los silogismos tradicionales *Camestres* II, *Camenes* IV, *Celarent* I y *Cesare* II. Para poder demostrar otros productos de relaciones es necesario demostrar previamente el siguiente teorema:

T33. rs = t si y sólo si s'r' = t' [lo que es equivalente a (rs)' = s'r'].

Esta es una *ley de conversión,* que demostraremos en su modelo silogístico, según coviniéramos.

Dem. Si vale rs =t, eso significa que existirán términos P y Q tales que hagan verdaderas a las formas proposicionales PtQ y PrsQ. Entonces por la definición del producto de relaciones existirá un M tal que E.K.PrM.MsQ.PtQ. Si aquí reemplazamos cada una de las formas proposicionales por sus conversas equivalentes y conmutamos la conjunción para mantener la forma normal silogística, obtenemos:

E.K.Qs'M.Mr'P.Qt'P.

De esta equivalencia normada se obtiene el producto s'r' = t'. La deducción inversa es inmediata, por la simetría deductiva de las transformaciones utilizadas, con lo que queda demostrado el teorema.

Aplicando este teorema a los seis productos con igualdad que ya conocemos obtenemos tres nuevos productos:

(VII) a'a' = a', (VIII) ea = o', (IX) a'i = i.

No se obtienen seis nuevos productos por ser (II) autoconverso y (V) y (VI) mutuamente conversos. De los tres nuevos productos (VII) y (VIII) dan origen a silogismos con conclusiones no clásicas. En cambio de (IX) se obtiene la equivalencia normada E.K.Pa'M.MiQ.PiQ, a la que corresponden los silogismos clásicos *Disamis* III y *Dimaris* IV, además de otros no clásicos.

Mediante los procedimientos de premultiplicación y postmultiplicación ya utilizados y la ley de conversión recientemente demostrada se demuestran otros seis productos con igualdad, a saber:

(X) a'o = o, (XI) oa' = o, (XII) ei = o',
(XIII) o'a = o', (XIV) ao' = o' y (XV) ie = o.

Sólo tres tienen conclusión clásica: (X), (XI) y (XV). De ellos se obtienen formas silogísticas clásicas, de los restantes no. Así de (X) obtenemos *Bocardo* III, de (XI) *Baroco* II y de (XV) *Ferio* I, *Festino* II, *Ferison* III y *Fresison* IV.

Los resultados hasta aquí obtenidos son los siguientes: los quince productos con igualdad dan lugar a quince equivalencias normadas, de donde resultan sesenta condicionales directos y otros sesenta conversos, con quince condicionales normados en cada caso. Entre los quince productos diez tienen resultados con relaciones clásicas. De ellos resultan una o más formas silogísticas clásicas: en total obtuvimos dieciocho.

Los quince productos con igualdad que poseemos son los únicos que se pueden deducir mediante los procedimientos admitidos, cosa que demostraremos enseguida. Pueden sistematizarse estos resultados, como hacen Gericke y Lorenzen, mediante una *matriz simétrico-conversa* [28].

(e) Productos de relaciones sin igualdad

Debemos demostrar ahora los seis silogismos débiles que nos faltan. Para ello será menerter introducir nuevos productos de

[28] Cf. Lorenzen, *FL*, p. 14, *USR*, y el artículo de Gericke en *Archiv der Mathematik* III, pp. 421-33, 1952.

relaciones sin igualdad que se deduzcan de los anteriormente demostrados. Estos nuevos productos representarán *implicaciones lógicas*, en tanto que los anteriores representaban equivalencias lógicas. Nuestro signo ya no será pues la igualdad, sino la abreviatura de 'implica': 'imp'.

La deducción de estos nuevos productos se hace de la siguiente manera: se toman los productos con igualdad cuyo resultado es una relación universal a, a', e, y se introduce un nuevo producto sin igualdad que tenga como resultado una relación *subalterna* de la original. Para que esto sea admisible hay que demostrar previamente que las inferencias inmediatas de subalternación son válidas en el modelo silogístico de nuestro cálculo de relaciones, es decir, hay que demostrar las tesis: C.PaQ.PiQ, C.Pa'Q.PiQ, C.PeQ.PoQ y C.PeQ.Po'Q. El esquema de la demostración de la primera es la siguiente: (1) PaP (A2.); PaQ (premisa); (3) K.PaP.PaQ; por RE sobre el término medio trivial tenemos (4) K.MaP.MaQ. Recordando nuestro teorema de eliminación e introducción obtenemos (5) ΣM.K.MaP.MaQ, de donde, por definición obtenemos (6) PiQ. Aplicando válidamente ahora el teorema de Herbrand llegamos a (7) C.PaQ.PiQ, que es la tesis que queríamos demostrar. Con leves modificaciones del procedimiento se demuestran las restantes. Las segundas partes de las leyes clásicas de subalternación se deducen por contraposición.

Con la ayuda de estas leyes obtenemos nuevas tesis a las que corresponden seis nuevos productos *sin* igualdad:

(XVI) aa imp. i; (XVII) ea' imp. o; (XVIII) ea' imp. o';
(XIX) ae imp. o; (XX) ae imp. o'; (XXI) a'a' imp. i.

Como la conclusión está aquí *debilitada*, de ella ya no se podrá inferir, por *inventio medii*, las premisas. Estos seis productos son los únicos que se obtienen por subalternación de los quince con igualdad. Sus seis condicionales normados correspondientes no dan todos silogismos clásicos, sino sólo los cuatro que tienen en la conclusión una relación clásica, e.d., (XVI), (XVII), (XIX) y (XXI). De éstos surgen las seis formas silogísticas que nos faltaban: *Barbari* I, *Celaront* I, *Camestros* II y *Camenos* IV, *Cesaro* II y *Bramantip* IV.

Los resultados obtenidos son los siguientes: se han deducido veintiún productos de relaciones, a los que corresponden veintiuna formas silogísticas normadas y ochenta y cuatro formas silogísticas válidas. Entre esos veintiún productos catorce tienen resultados clásicos. De ellos se obtienen los veinticuatro silogismos válidos clásicos, los que pueden diagramarse de la manera indicada por Lorenzen [29].

III. EL PROBLEMA DE DECISION EN LA SILOGISTICA ELEMENTAL

En los cálculos más simples, como la lógica de proposiciones, ciertas regiones de la lógica de predicados y la silogística —en tanto proyectable sobre un modelo decidible— las condiciones metateóricas de coherencia, completitud y decidibilidad son demostrables. Con respecto a la silogística dividiremos nuestro problema en dos partes. Más adelante consideraremos el problema de decisión en la silogística ampliada. Aquí nos ocuparemos, en primer lugar, de la demostración de la coherencia de la silogística. Haremos un esbozo de la prueba, que en lo esencial sigue el desarrollo de Lukasiewicz [30]. La prueba de independencia axiomática no la exponemos; recordemos simplemente que se establece en un modelo de la lógica proposicional y que, en el caso de A1., requiere el uso de una lógica trivalente. En seguno lugar, estableceremos la decidibilidad de la silogística elemental. No se requiere una prueba formal de la completitud de la silogística, pues una vez establecida su coherencia y decibilidad aquélla será un mero corolario de éstas.

(a) La coherencia de la silogística

La coherencia de la silogística se reduce a la demostración de la coherencia de su modelo. Siguiendo a Lukasiewicz, traduciremos los axiomas A1. y A2. en expresiones de la lógica proposicional de la siguiente manera:

[29] Cf. Lorenzen, *FL*, p. 16 y en mi tesis pp. 67-8.
[30] Cf. Lukasiewicz, *AS*, p. 89.

(1) PaQ = PiQ = K.Cpp.Cqq .

La última es una expresión tautológica de la lógica proposicional. La traducción de los axiomas resulta ser así la siguiente:

A1. C.K.PaM.MaQ.PaQ = C.K.(K.Cpp.Cmm).(K.Cmm. Cqq).(K.Cpp.Cqq) ;

A2. PaP = K.Cpp.Cpp .

Estas son tesis de la lógica proposicional. También la interpretación de los otros axiomas de Lukasiewicz y de las reglas admitidas dan tesis y reglas válidas en el modelo. Nosotros debemos justificar empero en un modelo las reglas de introducción y eliminación de cuantificadores que hemos utilizado, en un universo potencialmente infinito. De acuerdo con las reglas de traducción admitidas, la primera regla de eliminación e introducción de cuantificadores se traduce en las siguientes expresiones:

(2) Σx.K.F(a)x.G(a)x imp. K.Πx.C.Hx.Fx.Πx.C.Hx.Gx ;
(3) K.Πx.C.Hx.Fx.Πx.C.Hx.Gx imp. Σx.K.F(a)x.G(a)x .

Si interpretamos (2) y (3) en un universo potencialmente infinito, obtenemos las siguientes expresiones:

(4) A.A...A...K.Fa(1).Ga(1)...K.Fa(n).Ga(n) imp.
imp. K:K.K...K...C.Ha(1).Fa(1)...C.Ha(n).Fa(n)...
K.K...K...C.Ha(1).Ga(1)...C.Ha(n).Ga(n)...

(5) K:K.K...K...C.Ha(1).Fa(1)...C.Ha(n).Fa(n)...
K.K...K...C.Ha(1).Ga(1)...C.Ha(n).Ga(n)... imp.
imp. A.A...A...K.Fa(1).Ga(1)...K.Fa(n).Ga(n)...

Si analizamos las condiciones de verdad de las premisas de estas reglas veremos que la verdad del antecedente es condición suficiente de la verdad del consecuente en ambos casos. Ello muestra que el uso de estas reglas y de sus tesis correspondientes conserva la coherencia de la silogística. Una discusión similar demuestra la coherencia de las reglas correspondientes a introducción y eliminación del cuantificador en la definición de la relación particular negativa:

En la medida en que la axiomática de Lukasiewicz implica la admisión de equivalencias de este tipo, le serán exigibles demostraciones equivalentes de que tales reglas conservan la coherencia. Su ausencia hace que la demostración de coherencia de Lukasiewicz, aunque correcta, sea incompleta.

Puesto que en la presentación anterior de la silogística hemos utilizado *abstractos*, como las relaciones proposicionales y sus productos, esto nos obliga a considerar la cuestión de la coherencia también en este ámbito. El párrafo siguiente, dedicado al problema de decisión, dará cuenta de este aspecto remanente.

(b) La decibilidad en la silogística elemental

Nuestro problema de decisión consiste en demostrar que todo producto de la forma rs imp. t, que no sea alguno de los veintiuno ya demostrados, debe ser rechazado. Lo que equivale a decir que todo otro silogismo simple derivado de todo otro producto posible, debe ser rechazado. La *ley de conversión* (T33.) anteriormente dada la podemos generalizar de la siguiente manera:

T63. rs impt. t si y sólo si s'r' imp. t' .

Consideramos ahora el caso de un producto que no admite ningún resultado, es decir, tal que N(rs imp. t) . Por negación de ambos términos de una equivalencia obtenemos de T63.:

T64. N(rs imp. t) si y sólo si N(s'r' imp. t') .

Apelemos ahora a algunas propiedades de la relación de deducibilidad. Supongamos que de una fórmula A(i) se deduce válidamente la fórmula B(i) en cierto cálculo K, pero que no vale la conversa: A(i) imp. B(i), pero N(B(i) imp. A(i)) en K. Tales fórmulas son *deductivamente no equivalentes*. Supongamos además que:

(1) B(1), B(2), . . ., B(i) imp. C .

De esto y lo anterior surge que

(2) B(1), B(2), . . ., A(i) imp. C .

Intuitivamente esto significa que, si una expresión se deduce de premisas débiles, *a fortiori* se deduce de las premisas fuertes correspondientes. Por contraposición del resultado anterior resulta:

(3) Si de B(1), B(2), . . ., A(i) no se sigue C, entonces de B(1), B(2), . . ., B(i) no se sigue C.

Es decir, si de ciertas premisas fuertes no se deduce válidamente una expresión, *a debiliori* no se deduce de sus premisas débiles correspondientes. Estos resultados nos permiten asegurar los siguientes teoremas silogísticos:

T65. si rs(i) implica t, entonces rs(s) implica t;
T66. si r(i)s implica t, entonces r(s)s implica t;
T67. si rs(s) no implica t, entonces rs(i) no implica t;
T68. si r(s)s no implica t, entonces r(i)s no implica t.

Las letras entre paréntesis (s) e (i) en estos teoremas significan respectivamente *subalternante* o *superior* y *subalternada* o *inferior*.

Los teoremas T63.-T67. permiten reducir el número de productos sin resultado que debemos rechazar (en total 21 en la matriz de productos *con* igualdad). Para demostrar la ausencia de resultados de los productos rechazables, es suficiente demostrar que los productos aa', ao, a'o' y ee carecen de resultados. Para hacerlo recurriremos nuevamente a una propiedad de la relación de deducibilidad.

Supongamos que

(4) A(1), A(2), . . ., A(n) implica B ; y que
(5) B implica C .

Por transitividad tenemos:

(6) A(1), A(2), . . ., A(n) implica C .

De (4), (5) y (6) por contraposición resulta:

(7) Si A(1), A(2), . . ., A(n) no implica C, entonces A(1), A(2), . . ., A(n) no implica B .

Estos resultados corresponden, en el cálculo de relaciones, a los teoremas:

T69. si rs implica t(s), entonces rs implica t(i) ;
T70. si rs no implica t(i), entonces rs no implica t(s).

Es decir, si un producto de relaciones tiene por resultado a una relación subalternante, entonces también tiene por resultado a su relación subalternada. Y si el producto no tiene por resultado a una relación subalternada, tampoco tiene por resultado a su subalternante. En consecuencia, para demostrar que los cuatro productos señalados no tienen resultado es suficiente demostrar que las relaciones i, o y o' no son resultados. Bastará así rechazar los siguientes doce productos: aa' imp. i, aa' imp. o, aa' imp. o'; ao imp. i, ao imp. o, ao imp. o'; a'a' imp. i, a'o' imp. o, a'o' imp. o'; ee imp. i, ee imp. o, ee imp. o'. Más sintéticamente: demostrar el rechazo de los productos que dan lugar a silogismos inválidos equivale a decir que ciertas expresiones de las formas:

(8) rs imp. i ; (9) rs imp. o ; (10) rs imp. o'

deben ser rechazadas. Analizaremos estos casos.

Supongamos que una expresión de la forma rs imp. i es rechazada. Eso significa que su correspondiente silogismo normado C.K.PrM.MsQ.PiQ es inválido. Existirá entonces por lo menos una terna de términos tales que hacen verdaderas a las premisas PrM y MsQ, y falsa a la conclusión PiQ, o —si recordamos la definición D2.— verdadera a la forma PeQ. Resumimos esto de la manera siguiente:

T71. rs imp. i es *rechazable* si y sólo si K.K.PrM.MsQ.PeQ es *verificable.*

Consideremos ahora que la expresión rs imp. o es rechazada. Su silogismo normado correspondiente C.K.PrM.MsQ.PoQ deberá ser inválido. Habrá entonces por lo menos una terna de términos que hagan verdaderas a las premisas PrM, MsQ y falsa a la conclusión PoQ. Como en el sistema lógico que utilizamos las expresiones PaQ y PoQ no son contradictorias, sino contrarias, la demostración correspondiente se complica. En efecto, no se podrá afirmar que si PoQ es falso, entonces PaQ es verdadero, sino que habrá que demostrar la contrariedad de dichas formas, mostrando que la asunción de la verdad de ambas conduce a contradicción. Supongamos por lo tanto que las siguientes asunciones son verdaderas:

(11) PaQ ;
(12) PoQ .

Recordando que a'e = o (III), de PoQ se deduce:

(13) K.Pa'L.LeQ .

Por simplificación y conversión de Pa'L tenemos:

(14) LaP .

De (14) y (11) por *Barbara* concluimos:

(15) LaQ ,

y de aquí por subalternación:

(16) LiQ .

Por otra parte, de (13) por simplificación también obtenemos:

(17) LeQ .

Pero según la definición D2. LeQ = N.LiQ . En consecuencia, la verdad de LeQ implica la falsedad de LiQ (en sentido intuicionista y dialógico). Por tanto si el resultado anterior lo aplicamos según una forma intuicionista y operativa de ley de contradicción [31], obtenemos:

Si de K.PaQ.PoQ se sigue LiQ y de K.PaQ.PoQ se sigue LeQ, entonces de PaQ se sigue N.PoQ . Con ello queda demostrado que PaQ y PoQ son al menos contrarios, e.d., la verdad de PaQ es condición suficiente de la falsedad de PoQ . Por lo tanto podemos afirmar:

T72. rs imp. o es *rechazable* si y solo si K.K.PrM.MsQ.PaQ es *verificable.*

De manera similar se demuestra el teorema:

T73. rs imp. o' es *rechazable* si y sólo si K.K.PrM.MsQ.Pa'Q es *verificable.*

[31] Cf. Lorenzen, *FL*, p. 22.

(c) El rechazo axiomático

Como consecuencia de las tesis T71.-T73., el rechazo de todas las formas silogísticas simples se transforma, de la eliminación de los doce productos del párrafo anterior en la satisfacción de las siguientes conjunciones:

(i)	K.K.PaM.Ma'Q.PeQ	(vii)	K.K.Pa'M.Mo'Q.PeQ
(ii)	K.K.PaM.Ma'Q.PaQ	(viii)	K.K.Pa'M.Mo'Q.PaQ
(iii)	K.K.PaM.Ma'Q.Pa'Q	(ix)	K.K.Pa'M.Mo'Q.Pa'Q
(iv)	K.K.PaM.MoQ.PeQ	(x)	K.K.PeM.MeQ.PeQ
(v)	K.K.PaM.MoQ.PaQ	(xi)	K.K.PeM.MeQ.PaQ
(vi)	K.K.PaM.MoQ.Pa'Q	(xii)	K.K.PeM.MeQ.Pa'Q

Para satisfacer estas expresiones Lorenzen introduce un axioma que dice:

A3. Existen por lo menos cuatro términos, P(1), P(2), P(3) y P(4), que hacen verdaderas a las siguientes proposiciones categóricas: P(1)eP(2), P(1)aP(3), P(2)aP(3) y P(3)eP(4).

Esta forma del *axioma de rechazo* de Lorenzen, como veremos en seguida, es posible generalizar y simplificar. Nos recuerda a una de las formas del rechazo aristotélico de las formas silogísticas inválidas. La diferencia fundamental consiste en que Aristóteles utiliza términos "concretos", como 'hombre', 'caballo', 'animal' y 'piedra' [32], en tanto que los términos de Lorenzen son "nombres supuestos" (*dummy names, ambiguous names*), cuya existencia y relaciones mutuas se aseguran axiomáticamente. Por lo demás existe un isomorfismo entre ellos y los aristotélicos.

Lukasiewicz admite que este procedimiento aristotételico de rechazo es correcto. Empero no lo admite plenamente porque introduce en la lógica términos y proposiciones no afines con ella. "La lógica no puede depender de términos y enunciados concretos. Si

[32] Aristóteles, *Analitica Priora* I 4, 26 a2. Cf. también Lukasiewicz, *AS*, p. 67.

deseamos evitar esta dificultad, debemos rechazar axiomáticamente algunas formas" [33]. Si admitiéramos cabalmente la crítica de Lukasiewicz a Aristóteles (aunque un "sintactismo" extremo como el que encubre no sea estrictamente admisible en lógica) también advertiríamos que no es imputable a la solución de Lorenzen. En efecto, su solución concuerda con la de Aristóteles en dos importantes aspectos: recurre también a términos concretos y, en consecuencia, es una solución *semántica* al problema de rechazo. Lukasiewicz, aceptando una solución axiomática del problema, parece suponer que todo rechazo axiomático implica la ausencia de términos concretos y debe ser un procedimiento esencialmente *sintáctico*. Así el único axioma de rechazo que requiere —a expensas de la introducción de reglas de rechazo fuertes, como la de Slupecki— contiene exclusivamente variables (es la forma silogística inválida aai-2). Lo novedoso de Lorenzen consiste en haber mostrado la posibilidad de un rechazo *axiomático,* pero sin embargo semántico y con *términos concretos* (aunque sean "nombres supuestos").

Del axioma anterior, con la ayuda de algunas inferencias inmediatas como la conversión y la subalternación, además de algunas formas silogísticas simples y el uso de los axiomas anteriores, se pueden verificar las doce conjunciones que implican el rechazo de todas las formas silogísticas simples inválidas. Así, por ejemplo, se satisface la primera conjunción, ya que A3. permite verificar la proposición K.K.P(1)aP(3).P(3)a'P(2).P(1)eP(2). De manera semejante es posible la verificación de las proposiciones correspondientes a las restantes once formas conjuntivas. Con ello queda demostrado que *los restantes veintiún productos de relaciones posibles carecen de resultados* y, por lo tanto, sus correspondientes formas silogísticas son formalmente inválidas.

Para evitar otras posibles inferencias incorrectas faltaría demostrar que toda otra subalternación, fuera de las válidas deducidas, es inválida. Como será fácil comprobar al lector, el axioma A3. en unión de los restantes axiomas y la teoría de la demostración subyacente permite el rechazo axiomático de aquéllas.

[33] Cf. Lukasiewicz, *AS*, p. 72.

Su sentido es claro: toda expresión bien formada de la silogística ampliada puede transformarse en un polisilogismo equivalente. Para nuestro caso las *expresiones simples* incluyen, además de las formas clásicas, a las dos formas conversas Pa'Q y Po'Q. Esta ampliación es legítima, pues las formas conversas permiten normalizar las formas silogísticas simples con el propósito de tornar posible el cálculo de productos de relaciones, pero no modifican semánticamente la interpretación de dicho cálculo, es decir, no introducen ampliaciones esenciales espurias.

Podría empero indicarse otra dificultad para la adopción de este teorema en el cálculo que desarollamos. En efecto, en su demostración se hace uso de la teoría clásica de la demostración, donde se admite la plena vigencia de la doble negación fuerte o *principio de estabilidad* de van Dantzig y se conservan las contradicciones clásicas aristotélicas. A pesar de ello podemos utilizar este teorema por la demostración existente de la aplicabilidad de la lógica clásica a los dominios donde su validez no es estricta, sino sólo ficticia (como en el caso de la silogística extendida a una interpretación con un mero infinito potencial de términos). De ello surge que la utilización de la lógica clásica no nos podrá conducir a contradicción, aunque quizá algunas de sus expresiones no puedan ser constructivamente demostradas. Por cierto que sería óptimo poder realizar una demostración constructiva de (TA), pero aún faltando ésta puede afirmarse que (TA) y el teorema general de decisión que de él depende *valen al menos como una ficción correcta* que preserva de la contradicción a la silogística ampliada.

(c) El teorema general de decisión

A continuación demostraremos el siguiente teorema:

(TD) *Todas las expresiones de la silogística ampliada son decidibles*, es decir, existe un procedimiento para determinar si una expresión bien formada cualquiera de ella es una tesis o no lo es.

Dem. Según (TA) toda expresión de la silogística puede ser con-

IV. EL PROBLEMA DE DECISION EN LA SILOGISTICA AMPLIADA

Ampliando el marco de los párrafos anteriores nuestro problema central consiste en establecer si existe un método universal para determinar si una expresión cualquiera de la silogística ampliada es una tesis o no lo es. Este es el problema que se propone Lukasiewicz cuando advierte que la base originaria de su silogística no parece suficiente para demostrar todas las tesis, ni para rechazar todas las no-tesis de la silogística ampliada. Los desarrollos que siguen se proponen (1) la generalización del procedimiento de rechazo de Lorenzen, (2) la adopción de un procedimiento de normalización de expresiones de la silogística ampliada, (3) la demostración de un teorema general de decisión y (4) la extensión de esos resultados a las restantes propiedades metateóricas.

(a) Generalización del axioma de rechazo

Lukasiewicz plantea su problema general de decisión apelando previamente a una discusión semántica, mostrando primero que existen expresiones falsas en su modelo que no son rechazables. A continuación muestra que para su base originaria existen infinitas expresiones indecidibles, apelando al recurso de los diagramas de Euler [34]. Nosotros haremos axiomáticamente lo que Lukasiewicz realiza informalmente, introduciendo un axioma semántico que es generalización del A3.:

A4. Existe una clase enumerable de términos P(1), P(2), ..., P(n), ... tales que P(i)eP(j) es verdadera si y sólo si N.i = j .

Este axioma permite demostrar que toda expresión de la forma

(1) Ca(1)Ca(2)....Ca(n)b, con a(i) = P(j)eP(k) (con N.j = k) y b = P(r)iP(s) (con N.r = s), es una proposición *falsa*. La comprobación es trivial.

[34] Cf. Lukasiewicz, *AS*, pp. 98, 100-3.

El camino clásico del rechazo por ejemplificación con términos concretos existentes en los lenguajes naturales —satisfactorio en la silogística elemental y que fuera formalizado por Lorenzen en A3.— es totalmente inadecuado para el rechazo de expresiones cualesquiera de la forma (1) que admiten una longitud potencialmente infinita y, por lo tanto, desbordan las posibilidades de ejemplificación con términos concretos de lenguajes naturales. Por ello preferimos la introducción de un nuevo axioma de rechazo, que de ningún modo es arbitrario, pues recoge la experiencia lógica común, que indica que, toda vez que se posee una clase de términos disyuntos dos a dos, es siempre posible (1) formar la suma lógica de dichos términos y (2) formar luego un nuevo término disyunto respecto de la suma lógica de los anteriores. Y además este procedimiento no tiene límites naturales, que es lo que indica primordialmente la idea de infinito por adición.

En la solución de Lukasiewicz al problema general de decisión se emplea una regla fuerte de rechazo, debida a Slupecki [35], que es una generalización del principio escolástico *"utraque si praemissa neget, nil inde sequetur"*. En nuestra versión no haremos uso de dicha regla. Esto en virtud de la generalización de los productos de relaciones y de la presencia del axioma de rechazo A4.

(b) Normalización de las expresiones de la silogística

De Lukasiewicz adoptaremos en cambio un *teorema de normalización de expresiones de la silogística*, que su autor denomina (TA) y dice así:

(TA) "Toda expresión significativa de la silogística aristotélica puede ser reducida de un modo deductivamente equivalente, con respecto a tesis de la teoría de la deducción, a un conjunto de expresiones elementales de la forma:

Ca(1) Ca(2) . . . Ca(n-1) a(n) ,

donde todas las a(i) son expresiones simples de la silogística, . . ." [36].

[35] *Idem*, pp. 103-104.
[36] *Idem*, pp. 111-120.

vertida en una expresión equivalente, respecto de la teoría de la deducción, de la forma:

(1) Ca(1) Ca(2) . . . Ca(n-1) a(n) ,

donde cada a(i) es alguna de las seis formas proposicionales categóricas. En lo que sigue procederemos recursivamente.

Caso 1. Las expresiones más simples de la forma (1) son aquellas para las cuales n = 1, e.d., cuando la expresión es una forma proposicional categórica simple. En este caso debemos demostrar que, *si a es una forma proposicional categórica, entonces, si es de forma PaP, Pa'P o PiP, es una tesis; en caso contrario no lo es.*

Dem. PaP es tesis por ser A2. Pa'P por el mismo axioma y la definición de a'. PiP por el mismo axioma y subalternación. Para completar la demostración debemos rechazar las restantes formas posibles, que son las siguientes:

(2) PeP, PoP, Po'P, PaQ, Pa'Q, PeQ, PiQ, PoQ, Po'Q .

En consecuencia deben satisfacerse:

(3) PiP, PaP, Pa'P, PoQ, Po'Q, PiQ, PeQ, PaQ, Pa'Q. Las

primeras tres son las tesis de arriba. Las seis últimas se satisfacen mediante A3.

Caso 2. Si n = 2 tendremos expresiones de la forma

(4) Ca(1) a(2) ,

a las que corresponden reglas de inferencia entre relaciones de la forma

(5) r imp. s ,

es decir, inferencias inmediatas. Si (4) y (5) son válidas, existirá una regla de inferencia inmediata válida; en caso contrario será rechazada. Este problema ya fue resuelto para la silogística simple.
Caso 3. Si n = 3, tendremos además expresiones de la forma

(6) Ca(1) Ca(2) a(3) .

De aquí por importación y simetría en K obtenemos

CKa(1)a(2)a(3) y CKa(2)a(1)a(3) , que son formas de silogismos simples. Su problema de decisión ya fue resuelto en párrafos anteriores.

Caso 4. Supongamos ahora que n es mayor o igual a 4. Estamos en el caso general de la expresión (1). Para resolverlo necesitamos demostrar previamente el teorema:

T74. Ca(1)Ca(2)...Ca(i)Ca(j)...Ca(n-1)a(n) Equiv.
Ca(1)Ca(2)...Ca(j)Ca(i)...Ca(n-1)a(n) , donde
'Equiv.' indica la equivalencia deductiva respecto de la teoría de la demostración.

Dem. Mediante la regla de exportación-importación y la simetría de K se demuestra la *ley de intercambio de antecedentes simple*:

(7) Cp(1)Cp(2)p(3) Equiv. Cp(2)Cp(1)p(3) .

De aquí, por substitución obtenemos la siguiente equivalencia:

(8) Ca(i)Ca(j)...Ca(n-1)a(n) Equiv. Ca(j)Ca(i)...
...Ca(n-1)a(n) .

Recordando ahora la regla de intercambio de equivalencias, sabemos que si R Equiv. S, entonces CpR Equiv. CpS . De aquí por sustitución obtenemos:

(9) Ca(i-1)Ca(i)Ca(j)...Ca(n-1)a(n) Equiv.
Ca(i-1)Ca(j)Ca(i)...Ca(n-1)a(n) .

Este procedimiento lo podemos reiterar indefinidamente, agregando así nuevos antecedentes a la expresión (9) hasta alcanzar el primero de la serie: a(1). La construcción es siempre efectiva, en razón de la finitud de n. En consecuencia, queda demostrada la equivalencia T74. El significado del teorema es el siguiente: podemos trasladar cualquier a(i) (con i diferente de n) desde cualquier lugar de antecedente hasta cualquier otro lugar de antecedente, por aplicación reiterada de T74. La única expresión que no se puede trasladar directamente es el consecuente a(n). Esta es la *ley de intercambio de antecedentes generalizada.*

Ahora bien, a cada forma normal de tipo (1) le podemos

hacer corresponder un *producto generalizado de relaciones* del tipo:

(10) r(1)r(2)...r(n-1) imp. r(n) .

Dado que el orden de los antecedentes puede ser modificado en (1), correspondientemente podemos modificar el orden de los factores del producto generalizado de relaciones (10). Abandonamos entonces el estudio de las expresiones de tipo (1) por la de tipo (10) que les corresponden biunívocamente. Podemos considerar varios subcasos posibles:

Subcaso a. Supongamos que en el producto generalizado (10) existen dos relaciones r(i) y r(j) tales que r(i)r(j) imp. r(k) . Por (TA) y, si fuera menester, por aplicación reiterada de T74., podemos reescribir (10) de la siguiente manera:

(11) r(i)r(j)r(1)...r(n-1) imp. r(n) ,

y recordando nuestra hipótesis:

(12) r(k)r(1)...r(n-1) imp. r(n) ,

con lo que hemos reducido en un factor al producto de relaciones.

Si en el producto reducido encontramos un nuevo par de relaciones cuyo producto tenga resultado, podemos reiterar el procedimiento, es decir, desplazarlo a los primeros lugares y reemplazarlo por su resultado. El procedimiento es reiterable mientras queden pares con resultado. El único cuidado que debemos tener, es comenzar con los productos con igualdad y, entre éstos, con los que tienen por resultado relaciones universales. Este procedimiento de reducción lo continuamos hasta agotarlo. Podemos hallarnos entonces en alguna de las siguientes situaciones:

1. que la expresión reducida sea de la forma:

(13) r(1) imp. r(2) .

Si (13) es una inferencia inmediata válida, entonces (1) es una expresión válida de la silogística ampliada. En caso contrario es rechaza por inválida.

2. que la expresión reducida sea de la forma:

(14) r(1)r(2) imp. r(3) .

Puesto que, por hipótesis, ya se habían agotado los productos con resultado, r(1)r(2) debe carecer de resultado. Entonces (14) es un silogismo inválido y, en consecuencia, (1) es una expresión inválida de la silogística ampliada. Si por el contrario r(1)r(2) fuera aún un producto con resultado, puede ocurrir que éste, digamos s(3), sea igual a r(3), en cuyo caso (14) es un silogismo simple válido y, en consecuencia, (1) una expresión válida de la silogística ampliada. También podría suceder que s(3) no es igual a r(3), con lo que se abren dos posibilidades: o bien que s(3) imp. r(3) sea una inferencia válida, o bien que no lo sea. En el primer caso (1) es una expresión válida y en el segundo una expresión inválida de la silogística ampliada.

3. que la expresión reducida sea de la forma:

(15) r(1)r(2)r(3) imp. r(4) .

En tal caso, al no existir por hipótesis ningún par de relaciones con resultado, tampoco tendrá ningún resultado el producto ternario. En consecuencia (15) no corresponde a ninguna forma válida de la silogística ampliada y, por consiguiente, tampoco (1). De nada vale suponer que una o más de las relaciones r(i) del producto (15) sea tal que valga r(i) imp. r(k), pues si r(i)r(j) no tiene resultado, tampoco lo tendrá r(k)r(j), según demostráramos (argumentación de rechazo *a debiliori*).

4. que la expresión reducida sea de la forma:

(16) r(1)...r(n-1) imp. r(n) (con n-1 mayor que 3).

Vale aquí la argumentación de 3. Por tanto (16) y (1) son rechazadas por inválidas.

Subcaso b. Supongamos que en el producto generalizado (10) no existan dos relaciones r(i), r(j) tales que r(i)r(j) tenga resultado. Puede ocurrir que para algún r(i) del producto valga la inferencia inmediata r(i) imp. r(k) . Pero de nada sirve reemplazar r(i) por r(k) en el producto, como ya demostráremos. En consecuencia, sólo resta considerar la complejidad de la expresión.

1. si la expresión es de la forma:

(17) r(1) imp. r(2) ,

nos encontramos nuevamente en el punto i del *subcaso a.* Se decide del mismo modo.

2. si la expresión es de la forma:

(18) r(1)r(2) imp. r(3) ,

como por hipótesis r(1)r(2) carece de resultados, la expresión (18) es rechazable. En consecuencia (1) es una expresión inválida de la silogística ampliada.

3. si la expresión es de la forma:

(19) r(1)...r(n-1) imp. r(n) (con n-1 mayor que 2).

Este caso se reduce al anterior. Por lo tanto (19) es rechazada y (1) es una expresión inválida de la silogística ampliada.

Habiéndose agotado las alternativas ha quedado demostrado el teorema general de decisión para la silogística ampliada.

Debe quedar claro su sentido lógico: *se ha conseguido reordenar sistemáticamente un producto generalizado de relaciones a fin de mostrar, o bien que tiene resultado —en cuyo caso hay que cotejar el resultado calculado con el resultado propuesto inicialmente—, o bien que no lo tiene.* En la silogística ampliada tal procedimiento equivalente a descomponer una expresión silogística normalizada de forma (1) en una sucesión de silogismos simples normados y de inferencias inmediatas.

Recordando reflexiones ya adelantadas resultará claro que nuestro teorema de decisión es *válido* al menos para una interpretación clásica de la silogística ampliada, y es *al menos* una ficción correcta para su correspondiente silogística constructiva. Otra ventaja de nuestro teorema respecto de la versión de Lukasiewicz consiste en haber podido proyectar totalmente la silogística sobre un modelo de primer orden monádico: al hacerlo hemos podido asegurar para la silogística las mismas propiedades metateóricas de dicho cálculo sin lugar a ninguna duda.

De la existencia de estas dos versiones del teorema general de decisión surge la incitación a mostrar que son deductivamente equivalentes. La respuesta es afirmativa y sencilla: todos los axiomas y reglas de un sistema son axiomas o tesis deducidas y reglas primitivas o derivadas en el otro. En consecuencia deben ser deductivamente equivalentes.

(d) Las propiedades metateóricas de la silogística

La coherencia y la decidibilidad ya fueron demostradas. La introducción de productos generalizados no atenúa la prueba de coherencia, pues corresponden a expresiones silogísticas normalizadas, descomponibles en silogismos simples e inferencias inmediatas proyectables sobre una lógica subyacente coherente y decidible.

La completitud surge como consecuencia inmediata de la coherencia y la decidibilidad: es posible formar dos clases de expresiones bien formadas, V y F, tales que a la primera pertenecen las tesis y a la segunda las no-tesis. Por la consistencia del cálculo las clases son disjuntas y además, por la decidibilidad puede establecerse la pertenencia de una expresión bien formada cualquiera a una de las dos clases. En consecuencia, el cálculo es completo, no sólo respecto de la clase de las tesis, sino también respecto de la clase de las no-tesis.

Conclusión

Algunas de las cuestiones conexas con el tema no carecen de interés intrínseco:

1. En su momento dijimos que A4. era una generalización de A3. Ello es fácil de demostrar. Según nuestro axioma A4. existirá una clase enumerable de términos P(1), . . ., P(n), . . . tales que P(i)eP(j) es verdadera si y sólo si N.i = j . Tomemos tres términos cualesquiera que satisfagan la condición: P(i), P(j) y P(k). Si hemos definido previamente la disyunción inclusiva para términos podemos formar el nuevo término complejo A.P(i)P(j) , de donde surge que serán verdaderas las proposiciones P(i)a.A.P(i)P(j) y P(j)a.A.P(i)P(j) . Por otra parte, por A4. P(i), P(j) y P(k) satisfacen las condiciones P(i)eP(j), P(i)eP(k) y P(j)eP(k). De estas dos últimas expresiones se deduce que A.P(i)P(j).eP(k) . Con ello completamos las condiciones exigidas por A3., con sólo efectuar las siguientes traducciones: P(1) = P(i), P(2) = P(j), P(3) = A.P(i)P(j) y P(4) = P(k) .

2. Este axioma permite echar luz sobre una cuestión que merece ser llamada *"problema de Lukasiewicz"*. Al término del capítulo III de su *Aristotle's Syllogistic* indica el gran lógico que persiste en la silogística una cuestión misteriosa. Ella consiste en que, para rechazar axiomáticamente todas las expresiones falsas de ésta, es suficiente rechazar sólo *una* expresión falsa y que no existe ninguna otra expresión adecuada al respecto. Dicha expresión es la forma silogística simple aai-2, a la que corresponde la fórmula siguiente:

(1) C.K.PaM.QaM.PiQ .

Para que esta implicación sea inválida es preciso que la conjunción

(2) K.K.PaM.QaM.PeQ

se pueda satisfacer, e.d., ser verdadera para al menos una terna de términos. El axioma A3. asegura la satisfacción de dicha conjunción, pues según él será verdadera la conjunción

(3) K.K.P(1)aP(3),P(2)aP(3).P(1)eP(2) .

EnA4., del que deducimos A3., le corresponderá la siguiente conjunción verdadera:

(4) K.K.P(i)a.A.P(i)P(j).P(j)a.A.P(i)P(j).P(i)eP(j) ,

para un par cualquiera de términos que satisfagan el axioma. El rechazo axiomático de la forma silogística inválida aai-2 es, en consecuencia, equivalente a la aserción axiomática de A4., de la cual A3. es una consecuencia.

Cabe entonces preguntarse acerca del sentido de un axioma como el A4. Por lo que hemos podido advertir, este axioma expresa, al menos, una condición esencial para cualquier sistema de signos que pretenda establecer una descripción adecuada de lo que Hasenjaeger denomina una "ontología discreta"[37], es decir, la ontología aplicable a un mundo que consta de cosas concretas, que tienen algunas propiedades y no otras, y entre las cuales median algunas relaciones y no otras. Todo discurso que pretenda describir un mundo tal, deberá poder generar un conjunto abierto de términos, para poder describir un conjunto abierto de propiedades. No caben dudas de que al menos algún aspecto de nuestro mundo fenoménico (o "ámbito de la manifestación") posee las características de una ontología discreta. Pero también nuestros sistemas de signos y símbolos —aun de aquellos sistemas elaborados para referirse a lo que trasciende a la manifestación, llámese 'Dios', 'Ser', 'lo Absoluto', 'Tao', o como se prefiera, incluyendo la idea del mundo como horizonte no objetivable— están construidos según las reglas de una ontología discreta. De modo que toda discusión —no sobre el objeto del discurso, sino sobre las condiciones que debe cumplir un discurso para ser adecuado para la expresión de su objeto— debe contener, aún en su metalenguaje semántico y como una de sus componentes necesarias al menos, una estructura formal adecuada para la descripción de una ontología discreta.

Todo discurso que pretenda describir un mundo tal deberá poder describir un conjunto potencialmente infinito de *propiedades que no deben ser tales que se pueda establecer un orden total de implicación entre ellas*. Supongamos, por el contrario, que ese fuera el caso. Tendríamos un conjunto totalmente ordenado de propiedades según la relación de implicación, tales que para cualquier n, P(n-1) implica a P(n) (para n mayor que 1). O lo que es equivalente en nuestro caso: para todo par de términos sería verdadera la expresión P(n-1)aP(n). Y por transitividad de la implicación sería también verdadera cualquier expresión de la forma P(i)aP(j), con i menor o igual a j. Pero además, puesto que el orden de implicación es total, no existiría ningún par de términos que hicieran verdadera a una expresión de la forma PeQ. En tal caso la propiedad implicante más "específica" y la propiedad implicada más "genérica" serían intensional y extensionalmente equivalentes. En consecuencia, también serían verdaderas las expresiones P(n)aP(n-1) y P(i)aP(j) para i y j *cualesquiera*, y consecuentemente se podría invertir el orden de las implicaciones en el conjunto totalmente ordenado de propiedades.

[37] Cf. Hasenjaeger, *Conceptos y problemas de la lógica moderna* (*CPLM*), pp. 30, 32-3.

Esto significa que quedaríamos reducidos a un discurso muy pobre acerca de una sola propiedad (que a lo sumo tendría muchos nombres), para la cual serían verdaderas sólo proposiciones afirmativas y silogismos triviales. Si al menos un aspecto del mundo no se reduce a una única propiedad, y si debemos contar con un discurso apto para describir un mundo en el que se manifieste un número potencialmente infinito de propiedades, entonces deben existir propiedades (y sus términos correspondientes) que no estén en relación de implicación, sino de *exclusión* mutua. Esto es equivalente, en el plano del discurso, a la posibilidad de generar un conjunto potencialmente infinito de términos, tales que dos cualesquiera de ellos hagan verdadera a la forma proposicional PeQ. Con un conjunto tal de términos, mediante disyunciones múltiples y otras operaciones lógicas corrientes, podemos reconstruir las relaciones de implicación entre propiedades y términos y satisfacer a todas las formas categóricas de que disponemos y reconstruir la totalidad de la silogística. Pero, precisamente, la posibilidad de un conjunto tal de términos es lo que queda asegurado con el axioma A4.

Ya hemos visto que es este axioma el que asegura el rechazo de la forma silogística aai-2 de modo generalizado, de manera que *el rechazo de aai-2 es condición necesaria de todo discurso que permita la descripción de una ontología discreta potencialmente infinita*. Su carácter suficiente podría explicarse si se admite la posibilidad de la *generación* de un sistema de términos tales que el término sucesor esté en relación de exclusión respecto de la disyunción inclusiva de los términos antecesores (en una especie de inducción sobre el "curso de valores"). Se podría plantear también la solución constructiva conversa, a partir de las nociones de "conglomerado" y "división"[38]. Si a un discurso tal de

[38] Cf. González Asenjo, "Algunos temas y aplicaciones de la lógica matemática actual", *Cuardernos de Filosofía* nº 21, pp. 57-74. Esp. p. 69.

términos agregáramos relaciones de complejidad creciente, ya estaríamos en condiciones de afrontar la descripción de una ontología discreta.

3. Nuestras discusiones anteriores sobre la relación de A4. con el problema de Lukasiewicz nos han conducido paulatinamente a uno de los problemas centrales de toda teoría lógica que trascienda la mera técnica deductiva de carácter algebraico. En el caso del lógico con intereses filosóficos es ineludible la pregunta por la relación entre los cálculos lógicos que construye y su referencia. Si la lógica no debe ser entendida como un mero juego de signos, puede concebirse que posea un significado ontológico, es decir, que sea *theoría* en sentido pleno. No osaremos terciar en este problema que ha recorrido toda la historia de la lógica. Creemos sí que, al menos en forma parcial, muchos grandes filósofos han bosquejado una fundada respuesta afirmativa. Afirmar que la lógica puede interpretarse como una ontología formal no significa necesariamente afirmar un panlogismo, sino algo más modesto: no desesperar de la razón humana como fuente de un conocimiento universal y necesario.

Entre los lógicos contemporáneos son numerosos los que admiten que al menos una de las formas posibles de concebir a la lógica es la de ser un discurso adecuado para la descripción de una ontología discreta. Considerando la relación entre la ontología discreta y el discurso lógico nos dice Hasenjaeger que "la ontología discreta... determina, excepto por lo que hace a variantes inesenciales, la forma del lenguaje o escritura conceptual (*Begriffsschrift*) que queremos introducir aquí como medio auxiliar para las 'comunicaciones' acerca de esa estructura" [39].

El pensamiento de Husserl al respecto es mucho más complejo. Por lo menos desde sus *Investigaciones lógicas* y hasta sus trabajos póstumos se desarrollan las distintas etapas de su pensamiento lógico, que va desde la descripción de la lógica pura hasta la investigación por sus orígenes. La investigación por los orígenes admite en Husserl al menos dos formas de respuesta. La

[39] Cf. Hasenjaeger, *CPLM*, p. 32.

primera en relación con la producción (*Erzeugung*) de las formas y de las objetividades lógicas en la conciencia en que son "dadas". Como es sabido esto no es un regreso al psicologismo, sino que significa seguir la vía fenomenológica trascendental —a partir del siempre equilibrado par de extremos de la relación de intencionalidad— para hacer evidente los modos de conciencia en que se presentan las idealidades lógicas. Aquí hay que recordar la sinonimia establecida entre '*erzeugen*' y '*darbieten*' (ofrecer, aquí en el sentido de 'hacer evidente'). Según dice Mohanty, la conciencia que produce las objetividades lógicas no es sino "*diese evident machende Bewusstseinstätigkeit*" [40]. El otro modo de investigación acerca de los orígenes, insinuado a partir de *Formale und transzendentale Logik* y desarrollado especialmente en los últimos trabajos (*Die Krisis...*, *Erfahrung und Urteil*), se refiere a que todos los significados e idealidades lógico-matemáticas pueden reconducirse a una investigación sobre sus orígenes en la experiencia antepredicativa. Es interesante comparar esas reflexiones sobre los orígenes de lo lógico en Husserl, con la tesis de Lorenzen sobre el origen "protológico" del discurso lógico, al modo en que lo realiza Lothar Eley [41].

Como dice Husserl, la filosofía es "por esencia la ciencia de los verdaderos principios, de los orígenes, de los *ridzōmata pántōn*" [42]. Todo su filosofar se mantuvo fiel a ese "*Zurückfragen*". Sin embargo, no hay que olvidar que esa dirección del preguntar no anula sus resultados previos. Así en la filosofía de la lógica se establecen las correlaciones y el equilibrio entre las actitudes (1) *ontológica* o "material", (2) *simbólica* o "formal" y (3) del "retropreguntar" hacia sus orígenes en la subjetividad trascendental o en la *Lebenswelt*. Una de las posibilidades legítimas de la lógica será entonces la de su interpretación como *ontología formal*, cuyo objeto formal será la región materialmente vacía del objeto en general. Allí a las proposiciones le correspon-

[40] Cf. Mohanty, *Edmund Husserl's Theory of Meaning*, pp. 130-33, y Spiegelberg, *The Phenomenological Movement*, vol. I, 96-7.

[41] Cf. Lothar Eley, *Metakritik der formalen Logik* (*MFL*), La Haya, 1969.

[42] Cf. Husserl, *La filosofía como ciencia estricta*, p. 72.

derán los "estados de cosas" (*Sachverhalte*), a los significados predicativos las propiedades, etc.

La posición de Lorenzen, por su parte, no debería negar la posibilidad de la lógica como ontología formal. Una interpretación de su pensamiento presentaría interesantes aproximaciones con Hasenjaeger [43]. Pero *en tanto lógico* Lorenzen permanece en un nivel de fundamentación estrictamente operativo, que soslaya la cuestión ontológica. Lo que Lorenzen se propone es demostrar que "el conocimiento de los teoremas lógicos se basa totalmente en reflexiones protológicas" [44]. Pero ello no desautoriza en principio la posibilidad de una interpretación ontológica. Más bien señala otro ámbito del preguntar regresivo hacia los orígenes de lo lógico.

4. La posibilidad de la interpretación de la lógica —y dentro de ella de la silogística, que es uno de sus capítulos fundamentales— como una ontología formal es de relevancia para la filosofía. Los filósofos, sobre todo en tiempos recientes, han desconfiado constantemente de la lógica, como si temieran que ésta los apartara de sus problemas fundamentales. Tal desconfianza puede resultar fundada, por muchos ejemplos, pero la compatibilidad de la lógica con la filosofía puede ser *esencial*, malgrado ejemplos en contrario. En primer lugar, la filosofía podría aprender algo de la relación entre la matemática y la lógica. Los matemáticos crearon la lógica-matemática a su "imagen y semejanza", de acuerdo a las necesidades propias de los problemas de fundamentación de su disciplina. La filosofía podría proceder de manera semejante: esto es asignarle el lugar de *organum philosophiae*. En segundo lugar, la filosofía puede recibir de la lógica filosófica el regalo de una ontología formal que, aunque no constituya una "ontología fundamental", le proporciona al menos una teoría apodíctica del objeto en general, lo que nunca será despreciable para la filosofía. En tercer lugar, una ontología fundamental que trascienda el reino de los objetos, por un lado se establece por medio de un discurso cuyas reglas lingüísticas están reguladas

[43] Cf. Lorenzen, *FL*, párrafos 1 y 6, y *PM*, pp. 28-30.
[44] Lorenzen, *PM*, p. 92.

por una lógica de objetos, y por otro lado las relaciones entre el Ser y los entes finitos requieren la renovación de la lógica de la analogía y del símbolo. Pero en esa renovación, según nos consta [45], es sumamente fructífera la utilización de la lógica moderna.

Las actitudes crudamente antifilosóficas de los lógicos son hoy muy raras. La lógica formal ha sabido establecer internamente sus propios límites de fundamentación. La lógica filosófica, como teoría del "logos" y como ontología formal también puede hallar su ámbito propio de validez en el seno del objeto en general y del entendimiento finito. Pero en la medida en que se puedan establecer vínculos analógicos o simbólicos generales entre esos ámbitos de validez de lo lógico y lo que trascienda al objeto, será posible restablecer la colaboración fructífera entre lógica y filosofía. Lo dicho valdría también, en su medida, respecto de la teología.

[45] Actualmente trabajamos en el desarrollo de una lógica de la ambigüedad, la analogía y el simbolismo.