

Demandas cognitivas del álgebra lineal en textos universitarios en la Argentina

Autor/es: ACERO, Fernando. facero@fi.uba.ar

Institución de Procedencia: Universidad de San Andrés

Eje Temático: Diseños metodológicos de la investigación educativa con predominio de enfoques cuantitativos

Palabras clave: Libros de texto universitarios - estilos de prosa matemática - demandas cognitivas

Abstract

Este estudio se sitúa en el campo de la didáctica de la matemática avanzada y es un avance de la Tesis de Doctorado en Educación por la Universidad de San Andrés del autor. Los libros de texto universitario desempeñan un papel fundamental en la educación matemática, estructuran los procesos de enseñanza y aprendizaje, ejercen sensible influencia sobre profesores y estudiantes, y son fuente de contenido curricular, y quedan incorporados al currículum explícito de las asignaturas mediante su inclusión en la bibliografía señalada por las universidades. Los estudios que toman a los libros de texto como objeto de análisis se han incrementado recientemente debido a la constatación de la dificultad de su lectura por estudiantes universitarios, presupuestos con habilidades lectoras no ejercidas previamente. El trabajo se propone un análisis de la estructura de demandas cognitivas de los textos de álgebra lineal utilizados en carreras de ingeniería en la Argentina. **METODOLOGÍA.** Con metodología propia del análisis de contenido, se recogen e interpretan los datos resultantes de la aplicación a los textos de los instrumentos de medición de demandas cognitivas y estilos de prosa matemática. La validez externa se controla mediante pruebas de confiabilidad con tres observadores independientes aplicando idéntico instrumento. **RESULTADOS.** Se obtiene una taxonomía de las dimensiones cognitivas estimuladas por textos de diferentes niveles de popularidad y su distribución a través de los diversos estilos de prosa, con una gran dispersión en la naturaleza e intensidad de demandas cognitivas. Los datos habilitan para estudios de alineamiento entre bibliografía y currículum pretendido.

1. Introducción

En este trabajo se estudian los libros de texto de álgebra lineal utilizados en las carreras de ingeniería de la Argentina, con el objetivo de analizar la organización e intensidad de sus

demandas cognitivas y estilos de prosa matemática, continuando una de las líneas abiertas por la Tesis de Maestría del autor (Acero, 2009). Los referentes empíricos de las variables propias del Pensamiento Matemático Avanzado (Tall, 1991a) son relevados y analizados con técnicas propias del análisis de contenido (Krippendorff, 1990).

Los estudios que toman los libros de texto como objeto de análisis son relativamente recientes y su necesidad ha surgido, entre otros motivos, por la constatación de la enorme dificultad que su lectura presenta a los estudiantes universitarios en general, a los que a menudo se los presupone dotados de habilidades lectoras demandadas por los textos académicos, habilidades y exigencias a las que nunca han estado sometidos previamente (Eisenberg, 1991, págs. 140-152; Carlino, 2004; Carlino, 2009, págs. 10-16; Carlino, 2007, págs. 3-4). Se reconoce en el lector una cierta expectativa acerca del modo en que los diversos componentes del contenido se habrán de presentar, una previsión respecto al énfasis, la composición, el aspecto bajo el que se organiza el texto que habrá de ser leído; estas expectativas operan sobre el lector en su interacción con el texto permitiéndole efectuar selecciones y omisiones sobre el contenido (Carlino, 2009, págs. 69-70; Narvaja de Arnoux, Di Stefano, & Pereira, 2009, pág. 7). Parte de la energía que un lector invierte en la interpretación de un texto, cualquiera sea su naturaleza, es utilizada en la tarea de descubrir esa estructura, y por lo tanto es restada de la energía total disponible para el contenido sustantivo (Gopen & Smith, 1990, págs. 2-19). Desde esta perspectiva, se comprende el incremento del interés por los estudios que analizan la estructura de los textos¹, y en particular en el área de la matemática avanzada, mediante una caracterización del modo en que se relacionan los segmentos funcionales de su prosa (Bagchi & Wells, 1998a, págs. 15-27; Bagchi & Wells, 1998b, págs. 116-136; Gopen G. , 2010, págs. 27-29).

El primer momento en que los libros de texto se producen y leen con intensidad se sitúa en el período helenístico, cuando la escuela de los diálogos platónicos cede lugar a la ‘escuela del libro’ de los gramáticos alejandrinos: textos de clásicos comentados, de aritmética, de geometría, etcétera. Sin embargo estos textos se utilizaban en lo que podría llamarse hoy la educación secundaria, ya que la educación superior era de naturaleza retórica (Abbagnano & Visalberghi, 2008, págs. 119-123). Los libros se vinculan a las universidades desde los mismos orígenes medievales de éstas, cuya enseñanza de carácter oral basada en la glosa de textos necesitaba de libros, libros para los profesores y libros para los estudiantes. (Labarre, 2002, págs. 7-9, 41, 45, 90; Díez-Borque, 1995, págs. 44-46,60; Escarpit, 1998, págs. 15-35; Escarpit, 2005, págs. 11-23). Si los monasterios de la Alta Edad Media se ubicaban en lugares aislados y se organizaban de modo autónomo, las escuelas catedralicias de las que surgirían

las universidades, por el contrario, se instalaban en las ciudades, que actuaban de centros culturales, tales como París, Bolonia, Nápoles, Montpellier. La intensidad de la necesidad de libros puede medirse por su sistema de producción, llevado a cabo por el accionar de libreros, escribas laicos y papeleros, que para lograr producir una cantidad suficiente de copias correctas controladas por las universidades, recibían los textos originales en depósito, sin encuadernar, para que fuesen copiados en fascículos por varios copistas simultáneamente. Los fascículos no siempre se reunían en un texto, utilizándose tal como las actuales fichas de cátedra, abordando un segmento específico de conocimiento (Petrucci, 2003, págs. 46-47; Littau, 2008, págs. 38-39; Abbagnano & Visalberghi, 2008, págs. 153-157).

El término *estructura*, referido específicamente a los textos de matemática avanzada, considera los estilos de prosa que pueden distinguirse según la forma en que se organizan las diferenciaciones que pueden establecerse internamente en su prosa, considerando ya su objeto, naturaleza o propósito, resultando así una clasificación de los segmentos de prosa², que da origen al concepto de *estilo de prosa* que ha adquirido particular relevancia en el desarrollo y diseño de los libros de texto de matemática (Harmon, 2010, págs. 1-5).

Formalmente, los libros de texto se incorporan al currículum explícito de las asignaturas a través de su inclusión en la bibliografía señalada por las universidades. Los libros de texto universitario desempeñan un papel fundamental en la educación matemática, estructuran los procesos de enseñanza y aprendizaje, con decisiva influencia sobre profesores y estudiantes, siendo fuente de contenido curricular (Mouzakitis, 2006, págs. 2-11; Dormolen, 1986, págs. 141-171; Trends in International Mathematics and Science Study, 2007).

En el actual contexto de la sociedad del conocimiento y con la introducción de las tecnologías de la información y el consecuente descentramiento del eje letrado, las conjeturas acerca del futuro de libro van desde su extinción hasta su eternidad, pasando por cierto grado de convivencia con los formatos digitales (Eco, 2006, pág. 156; Cano, 2010, págs. 83-102; Eco & Carrière, 2010, pág. 20). Tras la ilusión de que en algún momento se había ingresado en una civilización de imágenes que modificaba radicalmente la noción de texto, el advenimiento de la red global en realidad ha supuesto un incremento de la necesidad de los textos, en las que todos están obligados a una competencia lectora de nivel de complejidad no menor; como lo declara Umberto Eco “con Internet hemos vuelto a la era alfabética. Si alguna vez pensamos que habíamos entrado en la civilización de las imágenes, pues bien, el ordenador nos ha vuelto a introducir en la Galaxia Gutenberg y todos se ven de nuevo obligados a leer” (2010, pág. 20). Desde esta perspectiva puede entonces decirse que una condición necesaria para la alfabetización digital es la alfabetización en la lectura y escritura³, puesto que la

interacción con el ordenador como manipulador de símbolos (no icónicos) no constituyen sino una técnica de escritura. Por el contrario, el ordenador como manipulador de percepciones, no opera en el nivel de lectura de símbolos organizados en un lenguaje, de lo que se desprende su incapacidad de sustituir a los libros de texto mismos (Littau 2008, 94-95, Busaniche 1997, 52, Palamidessi, y otros 2006, 92-94).

El primer libro de texto de Cálculo data de 1696, del marqués G. F. A. de L'Hôpital, escritor muy eficaz, que recogía los conocimientos de la época exponiéndolos con criterios pedagógicos; la excelente acogida del texto impulsó un segundo texto hacia 1707, esta vez de geometría analítica. Ambos se convirtieron en un estándar a través de una centuria en la que se reprodujeron sus ediciones; a ellos se suma, como ejemplo notable, el texto de Cálculo de María Agnesi, hacia 1748⁴; un texto de equivalente trascendencia a lo largo del siglo XIX fue el de Sylvester Lacroix⁵. En la Argentina, ya desde 1817, en la Academia Nacional de Matemática, orientada a formar 'ingenieros de tierra', basta repasar los textos de estudio para estimar la importancia que los hombres de Mayo le asignaban a la formación científica⁶.

En la revisión de las investigaciones previas acerca de los libros de textos se ha introducido una caracterización en cuatro líneas, según su área temática dominante, permitiendo construir el sistema de coordenadas de este trabajo en el marco de la literatura previa.

(a) *El libro de texto en el currículum*. En esta perspectiva se procura situar la posición y consistencia del libro de texto como un elemento del currículum explicitado por la asignatura que lo incluye en su bibliografía. Se mencionan dos estudios clásicos (Johansson, 2003, págs. 1-88; Johansson, 2005, págs. 119-123), que comprenden el análisis curricular de libros de texto de matemática de nivel medio en Suecia. La autora adopta para su marco teórico un modelo de cuatro dimensiones: currículum pretendido, potencialmente implementado, implementado, y alcanzado. El primero es un concepto global, definido en la sociedad, el tercero se desarrolla en el aula, el cuarto en el individuo. Es precisamente en el segundo (*currículum potencialmente implementado*) donde la autora ubica el *libro de texto*, como un objeto bisagra entre las pretensiones a escala social y las prácticas de enseñanza en la escala de las interacciones en el aula⁷.

(b) *El libro de texto en sus contextos*. La condición suficiente para considerar *contexto* de un texto a una dada entidad reside en su capacidad de impregnar la estructura del texto, por lo general de un modo no explícito y más bien a largo plazo (como podría ser la nacionalidad, la cultura, la editorial, las bibliotecas, los distribuidores, los publicistas, los profesores, los estudiantes). En esta clase se inscribe una investigación de la Universidad de Oxford (Pepin,

2007), que analiza textos de matemática de nivel secundario en tres países de tradiciones culturales bien diferenciadas: Gran Bretaña, Francia y Alemania⁸.

(c) *El libro de texto en su evolución*. Desde esta perspectiva se considera la evolución del par texto-contexto, con metodologías propias del análisis histórico, con una aproximación global que analiza las transformaciones experimentadas por la estructura y las concepciones manifiestas en la presentación de los textos con las sucesivas ediciones o los cambios respecto a otros libros de texto del mismo segmento disciplinar. Un ejemplo es la investigación del *Laboratoire Leibniz* (Dorier, 2002, págs. 1-85)⁹.

(d) *El libro de texto y su estructura*. En un sentido muy amplio, las investigaciones que se refieren a la *estructura* de un libro de texto caracterizan la forma en que sus diversos componentes se conectan para constituir el todo, el carácter de tales conexiones y los modos de presentarlas. Se puede mencionar el estudio de (Mouzakitis, 2006, págs. 1-33). El marco teórico se inscribe en la teoría AMT (*Advanced Mathematical Thinking*). El objetivo general es la identificación de las estructuras comparativas de dos libros de textos de geometría euclídea, a través de la intensidad relativa en las que intervienen los diferentes tipos de demandas cognitivas en los segmentos de prosa matemática¹⁰.

Transversalmente a estos cuatro tipos, una segunda clasificación de los estudios sincrónicos, se basa en la relación que guarda el estudio con el uso del texto por parte de alumnos o docentes, resultando así tres tipos (Dormolen, 1986, págs. 141-171) (1) *a priori*: consideran el objeto texto independientemente de su uso, analizan aspectos que son propios de la organización o producción del texto. Muchas veces utilizan técnicas de análisis de contenido. (2) *a tempo*: estudian los modos en que el texto es usado efectivamente en el aula, y cómo interactúa con los alumnos y profesores. La metodología por lo general es del tipo cualitativo. (2) *a posteriori*: analiza los resultados del uso del texto, por lo general se trata de análisis comparativos de las mediciones de algunas categorías predeterminadas entre grupos de alumnos que usan distintos textos, metodologías predominantemente cuantitativas.

Este trabajo, al considerar el objeto el texto independizado de sus usos efectivos, es un estudio sincrónico *a priori* de la *estructura* de los libros de texto incluidos en el *currículum* de la asignatura, lo que permite establecer sus coordenadas en esta doble caracterización, según lo muestra la Tabla 1.

	Texto y currículum	Texto y contexto	Evolución del texto	Texto y estructura
A priori	Este trabajo			Este trabajo
A tempo				

A Posteriori				
--------------	--	--	--	--

Tabla 1. Coordenadas del presente trabajo en el espacio de perspectivas de estudio

En el apartado siguiente se presenta el entorno conceptual que permite mirar los libros de texto desde una posición consistente con las coordenadas indicadas en la Tabla 1.

2. Referentes teóricos-conceptuales

Una de las componentes de la lectura la muestra como la habilidad de convertir las marcas que están tipografiadas en una página en ideas que resulten significativas al lector, tarea de suma complejidad en la que intervienen, además de los conceptos referenciados por el sistema de representación escogido, la capacidad de organizar el contenido en una estructura dotada de sentido. En esta actividad de leer, cuanto más procesos se desarrollen de manera automática, quedará mayor capacidad de procesamiento de la información disponible para la construcción de las redes conceptuales a las que le texto se refiere (Beck, 2001, págs. 75-77). Parte de la energía que un lector invierte en la interpretación de un texto, cualquiera sea su naturaleza, es utilizada en la tarea de descubrir esa estructura, y por lo tanto es restada de la energía total disponible para el contenido sustantivo (Gopen & Smith, 1990, págs. 2-19). Desde esta perspectiva, se comprende el incremento del interés por los estudios que analizan la estructura de los textos, y en particular en el área de la matemática avanzada, mediante una caracterización del modo en que se relacionan los segmentos funcionales de su prosa (Bagchi & Wells, 1998a, págs. 15-27; Bagchi & Wells, 1998b, págs. 116-136; Gopen G. , 2010, págs. 27-29).

Los resultados de las investigaciones en didáctica de la matemática han sido por lo general irrelevantes en el campo específico de la matemática avanzada (Thompson, 1999, págs. 1-3), hasta el surgimiento en las últimas décadas del siglo XX del AMT. Los desarrollos teóricos que sustentan la selección y construcción de las variables que en este trabajo permiten la clasificación y el análisis de los datos obtenidos de la población de libros de texto provienen de la corriente del AMT (*Advanced Mathematical Thinking*) cuyo principal exponente es actualmente David Tall (Tall, *Advanced mathematical thinking*, 1991a; Tall, 2009a; Tall, 1992; Tall, 1997g; Tall, 1997f; Tall, 1988) y de los desarrollos centrados en las demandas cognitivas, con las actualizaciones introducidas en sus taxonomías como así también las distinciones de los *estilos de prosa matemática* (Bagchi & Wells, 1998b; Audin, 2004; Bagchi & Wells, 1998a; Gopen & Smith, 1990; Gopen G. , 2010; Dieudonné, Halmos, N, &

Schiffer, 1975), que toman en cuenta la producción de los resultados establecidos por el AMT¹¹. La teoría establece una distinción entre el pensamiento matemático elemental (EMT, en los cursos de nivel primario y secundario) y el pensamiento avanzado (AMT, propio de los niveles universitarios)¹². Uno de los criterios demarcatorios lo constituye la diferenciación de dos componentes de las *demandas cognitivas*: el concepto de *abstracción*, y el de *generalización*. El modo en el que ambos conceptos— sobre todo el primero— son requeridos en los procesos del pensamiento matemático, son analizados con la intervención de cuatro disciplinas, además de la misma Matemática: Semiología, Historia de la Matemática, Psicopedagogía, Epistemología. En una construcción de abstracción descendente, de la teoría resultan dos conceptos de correlato empírico: *estilos de prosa* y *demandas cognitivas*, derivados de conceptos provenientes de grados de abstracción mayor.

El *registro* de un dado lenguaje se entiende como la forma especial que adopta para un dado propósito. En los textos de matemática se halla el *registro matemático* (definiciones, teoremas, pruebas...) y el *registro no matemático* (ejemplos, aplicaciones, observaciones, interpretaciones...). No necesariamente el registro matemático requiere de símbolos especiales: un trozo de texto en lenguaje coloquial puede pertenecer al registro matemático.

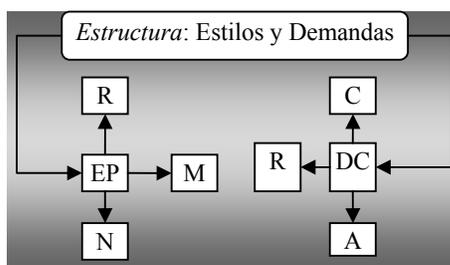


Figura 1. Dimensiones principales de los estilos de prosa (EP) y las demandas cognitivas (DC)

En cualquier texto de matemática, el autor incluye registros tanto matemáticos como no matemáticos. Se entiende por *estilo de prosa* (EP) matemática el modo en que se alterna entre los registros en el desarrollo del discurso. Si bien la organización de esas alternancias es una singularidad de cada texto y autor, puede proponerse una escala discreta de tres puntos que son denominadas: *estilo narrativo* (las

transiciones entre registros no son señaladas, o son señaladas con escasas diferenciaciones, o sólo se pocas transiciones), *estilo rotulado* (toda transición se señala), *estilo mixto* (todo otro). A modo de ejemplo, este mismo texto es mixto, pues si bien se señala con una notación diferencial (negrita) la jerarquía de los títulos, no se diferencian, en este párrafo, mediante un rótulo, las definiciones, del ejemplo mismo, y del comentario.

En lo que respecta a las (DC) *demandas cognitivas* (tipo de procesos supuestamente activados por un segmento de prosa), los desarrollos del AMT han impactado en diversas revisiones de las taxonomías clásicas originadas para disciplinas menos específicas, generando tipologías que incorporan algunos de sus resultados. Todas remiten a una composición cognitiva en tres dimensiones: (a) *Conocimiento*, (b) *Aplicación*, (c) *Razonamiento*, cada una de las cuales

comprende, a su vez, un cierto número de componentes que se detallan en el siguiente apartado de este informe.

3. Aspectos metodológicos

Se describe en este apartado con qué materiales se lleva a cabo la investigación y cuáles son los métodos de los que resultan las variables y sus relaciones. Dado que es un proceso que se desarrolla en varios niveles, se detalla cada uno de sus componentes. La población se compone de textos de álgebra lineal incluidos en la bibliografía en red de al menos una universidad argentina en una dada fecha. La información se organiza en una matriz de tantas filas como libros y tantas columnas como instituciones. Dado que se analizarán aproximadamente 50 textos y 30 instituciones, la matriz es del orden de 50 filas por 30 columnas. Se codifica cada texto como L1, L2, y cada institución como U1, U2..., manteniendo una tabla de correspondencia que identifique nominalmente los textos y las instituciones. La matriz de la población de textos está definida mediante la siguiente construcción: el elemento de la fila p, columna q toma el valor 1 si y sólo si el libro de texto p pertenece a la bibliografía recomendada por la institución q, siendo 0 en todo otro caso. La figura ilustra un fragmento de la matriz de códigos para la población de L, en la que se indica, por ejemplo, que el texto que responde al código L2 está incluido en la bibliografía de las universidades identificadas como U4, U7 y U8.

	U1	U2	U3	U4	U5	U6	U7	U8
L1	1	1	1	0	1	1	0	1
L2	0	0	0	1	0	0	1	1

Tabla 2. Un fragmento de la matriz de referencias. El texto L2 es mencionado por las universidades U4, U7, U8, mientras que el texto L1 es señalado en la bibliografía de las instituciones identificadas como U1, U2, U3, U5, U6, U8

La lectura horizontal da cuenta del número de instituciones que apunta al texto, la vertical el número de textos al que apunta la institución. Esta doble lectura permite obtener la distribución de citas recibidas por el conjunto L de textos, y la distribución de textos citados por el conjunto U de instituciones, almacenadas como sumas marginales de la matriz.

El muestreo se presenta en dos niveles: en un primer nivel, se toma una muestra M_T de los textos de la población, y de cada uno los textos de la muestra M_T , se muestrea un segmento específico M_E para el análisis de contenido.

Para obtener la muestra de textos M_T se aplica a la población definida en el punto anterior (**L**) los criterios de selección (**CS**) resulta la muestra (**M_T**). Los criterios de selección **CS** son los suficientes para asegurar, en su conjunto, una muestra finalista, estratificada y representativa¹³ y se pueden descomponer en los siguientes. (a) Todo texto que ingrese en la muestra debe contener el contenido específico a analizar: se toma un tema central para álgebra (espacios hermíticos) y otro para cálculo vectorial (teoremas integrales). La elección de cada tema responde a la necesidad de alcanzar el núcleo mismo de cada disciplina. (b) La muestra debe retener el rango completo de niveles de popularidad. Debe estar compuesta, entonces, para cada disciplina, por textos que se encuentren en los dos cuartiles extremos respecto a la cantidad de universidades que los citen (esto es poco populares y muy populares) y en los dos cuartiles intermedios (popularidad media). (c) La muestra debe retener el rango de estilos de prosa, debiendo entonces contar con textos ubicados en los extremos de los estilos (narrativo y rotulado) y en la zona intermedia (estilo mixto). (d) La muestra debe retener la heterogeneidad de las editoriales. Los estudios de textos y contextos nacionales muestran que es una variable a controlar, previendo sesgos de carácter macrosocial.

La variable nominal simple **EP** (Estilo de Prosa), se configura en una escala de tres puntos (Narrativo, Mixto, Rotulado). El instrumento define los atributos observables en los textos.

La variable ordinal multidimensional¹⁴ **DC** (Demanda Cognitiva) registra los procesos cognitivos que probablemente sean activados para responder satisfactoriamente a un dado ejercicio. El instrumento que permite codificar las unidades textuales en categorías conceptuales, establece un sistema de categorías de la variable **DC** que comprende ocho dimensiones, agrupadas en tres clases (Conocimiento, Aplicación, Razonamiento), y conforma la grilla de lectura de los textos (Ghiglione, Beauvois, Chabrol, & Trognon, 1990, pág. 14). La siguiente figura esquematiza el alcance y el recorrido de estas dos variables básicas de la investigación.

Figura 2. Alcance y recorrido de las variables principales de la investigación

Seleccionados los textos de la muestra M_T , codificados como T1, T2..., la elección de los ejercicios sobre los que se aplica el instrumento de medición de las demandas cognitivas, debe satisfacer el doble criterio de selección siguiente. *Criterio de naturaleza*: un ejercicio ingresa en la muestra solamente si se refiere explícitamente al tema específico en estudio, esto es de Espacios Hermíticos para los textos de Álgebra Lineal. *Criterio de tamaño mínimo*: la cantidad de ejercicios que compone la muestra debe permitir construir inferencias reproducibles y válidas acerca de las regularidades estables de las variables estudiadas, siendo determinante para este umbral la variable *Demanda Cognitiva*¹⁵.

La Demanda Cognitiva es una variable ordinal compleja (multidimensional). Da cuenta de los procesos cognitivos que deben ser activados para responder satisfactoriamente a un dado ejercicio. El instrumento que permite codificar las unidades textuales en categorías conceptuales, establece un sistema de categorías de la variable **DC** que comprende alrededor de ocho dimensiones, agrupadas en tres clases (Conocimiento, Aplicación, Razonamiento), y conforma la *grilla de lectura* de los textos. El instrumento de medición de las demandas cognitivas puede adaptarse de otros previamente utilizados en investigaciones semejantes (Acero, 2009; Williams, 2002), eventualmente ajustando su calibración para que su sensibilidad se mantenga a través de las dos disciplinas. La taxonomía elaborada desde el marco teórico genera efectivamente una clasificación del conjunto de ejercicios muestreados en los textos, de modo que a cada ejercicio le corresponderá un (y sólo uno) valor¹⁶. La tabla siguiente muestra el aspecto de la grilla de lectura de las ocho componentes de la demanda cognitiva.

	ID	Dimensión	Definición
Conocimiento	D1	Calcular	Ejecutar un procedimiento algorítmico simple y cerrado (v.g. derivar, resolver una ecuación).
	D2	Reconocer	Reconocer los significados de los conceptos relacionados en el enunciado, identificar representaciones equivalentes, recuperar la información relevante.
Aplicación	D3	Representar	Generar diversas representaciones alternativas equivalentes de objetos matemáticos o de sus relaciones mutuas o de un conjunto de información.

	D4	Aplicar	Generar y seleccionar una estrategia adecuada a partir de un modelo de procedimientos familiar para resolver problemas rutinarios.
Razonamiento	D5	Analizar	Determinar las relaciones entre las variables pertinentes de un conjunto de información para resolver un problema, desarrollando inferencias válidas.
	D6	Generalizar	Extender el alcance de los análisis a un campo más vasto manteniendo su naturaleza.
	D7	Abstraer	Extender el alcance de los análisis a un campo más vasto con alguna modificación de su naturaleza.
	D8	Integrar	Combinar varios procedimientos o resultados para establecer nuevos resultados, resolver problemas en contextos no familiares o de complejidad superior a los tratados de modo regular, crear objetos pertinentes.

Tabla 3. Breve descripción de la grilla de lectura de las demandas cognitivas

La información que resulta de la aplicación del instrumento anterior se organiza en la matriz de demandas, con tantas filas como ejercicios (unas 250 para Álgebra Lineal), y tantas columnas como componentes de las demandas, resultando unas 2000 celdas. Los posibles valores de cada una de esas celdas son 1 o 0, según que se detecte o no la presencia de la demanda. De esta manera, a cada ejercicio se le asigna un vector de ocho componentes, reteniéndose también su pertenencia contextual (esto es un determinado texto, con un dado estilo de prosa y un dado conjunto de instituciones que lo citan).

Del sistema de matrices de datos generadas en los puntos anteriores se destacan tres: la matriz de referencias, que consta de unas 50 filas (libros) por unas 30 columnas (instituciones), la matriz de los estilos de prosa, de unas 50 filas (libros) por tres columnas (estilos de prosa), y la matriz de demandas cognitivas, de unas 250 filas (ejercicios) por ocho columnas (las demandas cognitivas). El tratamiento estadístico de este sistema de matrices¹⁷ permite establecer, entre otras, las siguientes distribuciones: (a) la distribución de demandas *en* cada texto y *entre* los textos, (b) la distribución de demandas *en* cada disciplina y *entre* las disciplinas, (c) la distribución de demandas *en* cada estilo y *entre* los estilos, (d) la distribución de demandas *en* cada nivel de popularidad y *entre* los niveles de popularidad. Las distribuciones de demandas se consideran en cada una de sus componentes por separado, en

primer lugar, y por cada una de sus dimensiones (C, A, R) en segunda instancia (La comparación *entre* textos exige trabajar en valores unitarios, mediante un coeficiente de demandas por unidad de ejercicios, generando un *texto ficticio* que actúa como patrón de medida). El análisis de la matriz de Referencias-Estilos permite caracterizar la distribución de referencias a través de los estilos. Los estadísticos básicos son los estimados muestrales \hat{p} de la frecuencia relativa de demandas para cada unidad de análisis, y para los diferentes agregados, resultando así estimaciones no sesgadas consistentes de los correspondientes estadísticos de la población. Las distribuciones anteriores permiten juzgar, además de las interacciones positivas, neutras o negativas entre las variables, su grado de estabilidad ante el cambio de disciplina.

Una variable derivada bidimensional derivada construida con las demandas cognitivas da origen al espacio Delta-Lambda; se trata de un espacio conceptual bidimensional sustentado en el marco teórico, construido por reducción del número de dimensiones de la demanda cognitiva. Es un ejemplar del espacio de propiedades obtenido por reducción del espacio 8D original al espacio 2D (Barton, 1969, págs. 50-75), en el que las coordenadas de sus puntos representan valores de variables dependientes construidas con estadísticos a partir de las variables originales. En este caso, se efectúa una condensación en las componentes de la demanda cognitiva para reducirla a dos parámetros: delta (δ) se define como la suma de los valores de las frecuencias relativas de las componentes de la dimensión Razonamiento, en tanto que lambda (λ) es la suma de los valores de las componentes de las dimensiones de Conocimiento y Aplicación¹⁸.

La validez de la investigación impone como condición necesaria la confiabilidad, concepto que incluye la reproducibilidad del estudio, lo que en este caso queda garantizado por el carácter público e invariable de las unidades de análisis y la definición operacional de cada una de las variables. Sin embargo, la componente más delicada de la confiabilidad consiste en la relativa invariancia de los resultados de la aplicación de los instrumentos a las unidades llevados a cabo por diversos observadores, y que queda medida por algún coeficiente construido a partir del grado de acuerdo (por encima del azar puro) entre observadores independientes. En este estudio se seleccionó una muestra estadísticamente representativa de ejercicios para controlar la confiabilidad mediante cuatro observadores independientes. Se analizó la confiabilidad de cada componente de la demanda por separado, y de cada componente del estilo por separado, para evitar que posibles debilidades locales del instrumento queden enmascaradas por fortalezas en los agregados. Un coeficiente apropiado

(Krippendorff, 1990, págs. 191-227) y muy exigente para escalas nominales es el κ de Fleiss, que se calcula a partir de sendas matrices de confiabilidad para cada una de las componentes, adoptándose como confiabilidad global de la demanda cognitiva el mínimo de los valores alcanzados en cada una de las dimensiones, y la confiabilidad global del estilo como el mínimo de los valores alcanzados en cada estilo.

4. Resultados alcanzados y discusión

Del sistema de matrices de datos generadas en los puntos anteriores se destacan tres: la matriz de referencias, que consta de unas 50 filas (libros) por unas 30 columnas (instituciones), la matriz de los estilos de prosa, de unas 50 filas (libros) por tres columnas (estilos de prosa), y la matriz de demandas cognitivas, de unas 250 filas (ejercicios) por ocho columnas (las demandas cognitivas). Del procesamiento de este sistema de matrices se pueden adelantar los siguientes resultados parciales¹⁹.

(a) El Estilo de Prosa se distribuye con cierta uniformidad en la población de 50 textos, siendo ligeramente mayoritario el estilo mixto el menos representado el estilo narrativo, ubicándose el estilo rotulado en una posición intermedia. El número de referencias que los libros reciben de las universidades es de una variación muy amplia (rango entre 1 y 18), siendo el más citado el texto clásico L22: Hoffman, K. Kunze, R. (1973). Álgebra Lineal (Figura 3).

(b) En la Figura 4 se observa la composición relativa desagregando las dos direcciones de lectura de la matriz de demandas en los cinco textos (T1, T2, T3, T4, T5)²⁰ muestreados: (b1) la lectura a lo largo de los dominios cognitivos; (b2) la lectura a lo largo de los textos. Se ha añadido un texto ficticio (identificado como TFI) cargado con las proporciones de la demanda del conjunto completo de textos, a los efectos de facilitar visualmente la comparación.

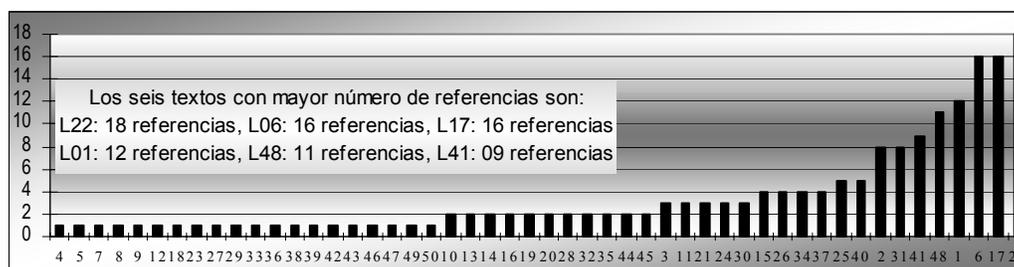


Figura 3. Distribución de referencias a lo largo de los textos

Puede afirmarse que (T1) es un texto con escasa proporción de actividades en los aspectos de generalizar, abstraer e integrar. (T2) Supera a la media en todas las componentes de la

demanda, con excepción de la correspondiente al cálculo algorítmico. (T3) Por debajo de la media en todas las componentes, excepto en la del cálculo algorítmico. (T4) Supera a la media en las componentes de Aplicar, Reconocer, Analizar y Abstractar. (T5) Muy por encima del texto ficticio en todos los niveles, con la notable excepción de la proporción destinada al cálculo cerrado.

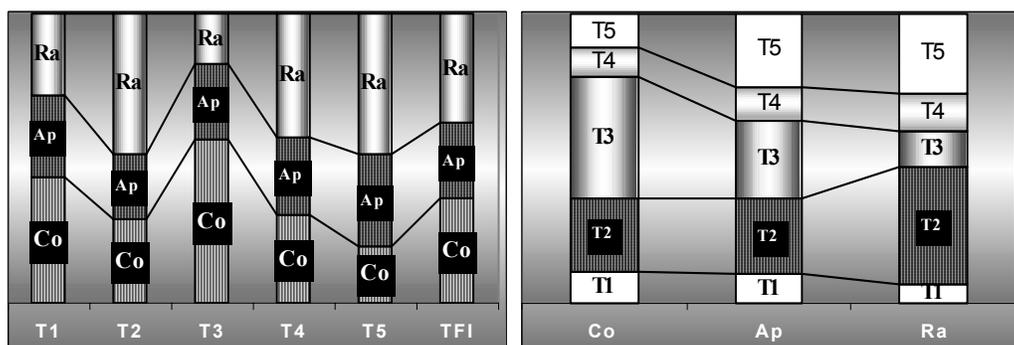


Figura 4. Distribución de demandas a lo largo de los textos y de textos a lo largo de las demandas

(c) La figura 5 muestra una fuerte diferencia en la composición de las demandas cognitivas según los diferentes estilos. Puede observarse una estable participación del aspecto de Aplicación, mientras que la dimensión de Razonamiento presenta una marcada reducción desde casi la mitad en los textos narrativos hasta sólo una quinta parte en los textos rotulados. (d) Finalmente, reuniendo tanto los estilos de prosa, los niveles de referencia y las demandas cognitivas pueden anotarse dos resultados adicionales. (d1) Los textos con mayores niveles de demanda cognitiva se corresponden con los textos escritos con un estilo narrativo, los que a su vez son citados con menos frecuencia en las universidades. (d2) El mayor número de referencias de las universidades se corresponde con el estilo mixto, cuyo comportamiento ante las demandas cognitivas se sitúa intermedio entre el estilo narrativo y el rotulado.

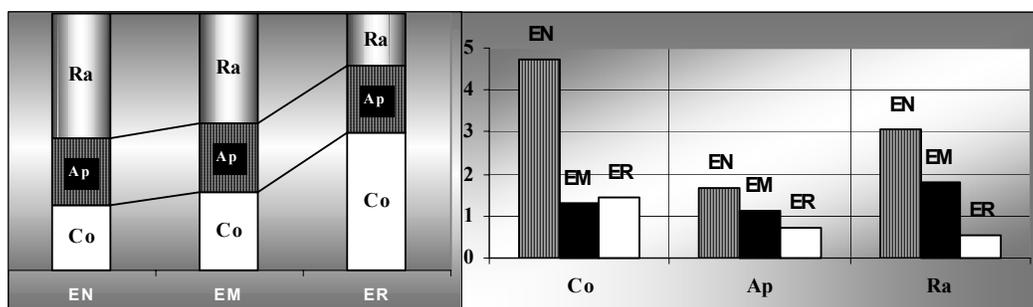


Figura 5. Distribución de demandas cognitivas (Co: conocimiento; Ap: aplicación; Ra: Razonamiento) a lo largo de los estilos de prosa (EN: estilo narrativo; EM: estilo mixto; ER: estilo rotulado)

La

1en

numerosas unidades de análisis ha sido estimada para los estilos de prosa y para las demandas

cognitiva. Se muestra el caso de los estilos de prosa de la población, determinada mediante la matriz de confiabilidad de una muestra aleatoria de diez textos (es el 20 % de la población) que incluye los cinco textos analizados en este estudio y los restantes cinco son los que han recibido un mayor número de referencias de las universidades. Los datos necesarios para el cálculo de la confiabilidad son: el número de categorías del Estilo ($k = 3$: Narrativo, Mixto, Rotulado), la cantidad de observadores calificados ($n = 4$: el autor O0 y los profesores O1, O2, O3, que asignan los libros a las categorías definidas), el número de objetos ($N = 10$ libros de texto). Llamando n_{ij} a la cantidad de observadores que adjudica al Libro i -ésimo el j -ésimo valor del Estilo, resulta la siguiente matriz de confiabilidad del Estilo de Prosa, con el correspondiente cálculo del coeficiente κ^{21} .

Confiabilidad kappa =					0.84526		
Libro	O0	O1	O2	O3	N	M	R
L1	m	m	m	m	0	4	0
L2	m	n	m	m	1	3	0
L6	r	r	r	r	0	0	4
L17	r	r	r	r	0	0	4
L22	n	n	n	n	4	0	0
L29	r	r	r	r	0	0	4
L41	r	r	r	r	0	0	4
L44	m	m	r	m	0	3	1
L48	m	m	m	m	0	4	0
L50	n	n	n	n	4	0	0

El cálculo:

$$P_i = \frac{1}{n^2 - n} \sum_{j=1}^k (n_{ij}^2 - n_{ij})$$

$$P_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_i$$

$$p_j = \frac{1}{Nn} \sum_{i=1}^N n_{ij}$$

$$P_e = \sum_{j=1}^k p_j^2$$

$$\kappa = \frac{P_m - P_e}{1 - P_e}$$

Tabla 4. Matriz de confiabilidad para los estilos de prosa y valor del coeficiente kappa = 0.84, correspondiente a categoría de acuerdo excelente (Landis & Koch, 1977, págs. 159-174)

La construcción del espacio Delta-Lambda se encuentra en la etapa previa. No se presentan aquí resultados para el Cálculo Vectorial, cuya población y muestra de textos se encuentra todavía en el proceso de definición. Se espera que los resultados en paralelo permita el análisis de la estabilidad estructural de la composición de demandas y estilos de prosa ante la variación disciplinar. Tampoco se presentan en este trabajo los resultados alcanzados en el Álgebra Lineal desagregados por componentes de demandas a través de cada uno de los textos²².

Se observa una gran heterogeneidad de las demandas cognitivas y estilos de prosa que conviven en la bibliografía de una *misma* institución, sin que haya, por lo general, una guía de elección para orientarse en la lista de títulos.

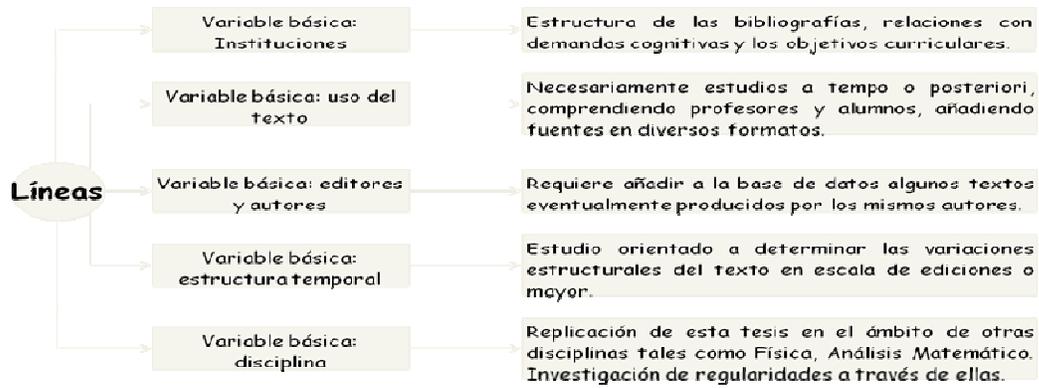


Tabla 5. Cinco líneas de investigación abiertas por este estudio. La Tesis de Doctorado transita la última

El presente trabajo deja abiertas las líneas de investigación resumidas en la Tabla 5. La Tesis de Doctorado transita la última de ellas, analizando el comportamiento de las estructuras ante el cambio de disciplina y se encuentra en este momento en la producción de datos pertinentes al Cálculo Vectorial en las carreras de Ingeniería.

5. Bibliografía

- Abbagnano, N., & Visalberghi, A. (2008). *Historia de la pedagogía* (Primera edición. Vigésima reimpresión ed.). (J. Hernández Campos, Trad.) México D. F.: Fondo de cultura económica.
- Acero, F. (2009). *Tesis de Maestría: Estructura del libro de texto universitario. Un análisis de textos de álgebra lineal*. Recuperado el 20 de junio de 2010, de Universidad de San Andrés. Biblioteca. Catálogo de tesis.: <http://asterion.udesa.edu.ar>
- Asúa, M. d. (2010). *La ciencia de Mayo. La cultura científica en el Río de la Plata, 1800-1820* (Primera edición ed.). Buenos Aires: Fondo de cultura económica.
- Audin, M. (2004). *Consejos a los autores de textos matemáticos. Université Louis Pasteur, Estrasburgo, Francia.* . Recuperado el 01 de octubre de 2009, de Lecturas Matemáticas. Volumen 25 (2004): 193-209.: <http://www.scm.org.co/Articulos/757.pdf>
- Bagchi, A., & Wells, C. (1998a). *On the communication of mathematical reasoning*. Recuperado el 02 de octubre de 2009, de Problems, Resources and Issues in Mathematics Undergraduate. vol. 8, pages 15-27 (1998): <http://www.cwru.edu/artsci/math/wells/pub/pdf/comlog.pdf>
- Bagchi, A., & Wells, C. (1998a). *On the communication of mathematical reasoning. Problems, Resources and Sigues in Matemáticas Undergraduate Studies*. Recuperado el 14 de julio de 2009, de PRIMUS, Vol. 8, pp. 15-27.: <http://www.dean.usma.edu/math/resource/pubs>
- Bagchi, A., & Wells, C. (1998b). *Varietes of mathematical prose*. Recuperado el 15 de julio de 2009, de Problems, Resources and Sigues in Matemáticas Undergraduate Studies (PRIMUS), Vol. 8, pp. 116-137: <http://www.case.edu/artsci/math/wells/pub/pdf/mathrite.pdf>
- Barton, A. (1969). El concepto de espacio de propiedades en la investigación social. En F. Korn, P. Lazarsfeld, A. Barton, & H. Menzel, *Conceptos y variables en la investigación social* (V. Madueño, Trad., págs. 50-75). Buenos Aires: Nueva visión.
- Beck, I. (2001). El mejoramiento de la práctica mediante la comprensión de la lectura. En L. Resnick, & L. Klopfer, *Currículum y cognición* (Tercera edición. Priemera reimpresión ed., págs. 75-103). Aique.
- Boyer, C. B., & Merszbach, U. (1989). *A history of mathematics* (Segunda edición ed.). Republic of Singapore: John Wiley & Sons.
- Busaniche, B. (1997). Alfabetización digital: las fronteras del aprendizaje y el control de la información. En R. Cabello, & D. Levis, *Medios informáticos en la educación a principios del siglo XXI* (Primera edición ed., págs. 51-60). Buenos Aires: Prometeo.

Cano, F. (2010). Leer y escribir con las nuevas tecnologías. En A. Brito (dir.), F. Cano, A. M. Finocchio, & M. d. Gaspar, *Lectura, escritura y educación* (Primera edición ed., págs. 83-120). Rosario: Homo Sapiens.

Caramalho Domingues, J. (2008). *Lacroix and the Calculus* (Primera edición ed.). Berlín: Birkhäuser.

Carlino, P. (2007). *¿Qué nos dicen hoy las investigaciones internacionales sobre la escritura en la universidad?* Recuperado el 24 de julio de 2010, de Conferencia invitada en el I Encuentro Nacional de Discusión sobre Política Lectura y la Escritura en la Educación Superior. ASCUN y Red Nacional de Discusión sobre Lectura y Educación Superior. Universidad Sergio Arboleda, Bogotá, 26 y 27 de abril de 2007:

<http://www.ascun.org.co/eventos/lectoescritura/paulacarlino.pdf>

Carlino, P. (2003). Alfabetización académica: un cambio necesario, algunas alternativas posibles. *Educere. Investigación*, 6 (20), 409-420.

Carlino, P. (2004). *El proceso de escritura académica: cuatro dificultades de la enseñanza universitaria*. Recuperado el 14 de octubre de 2009, de Educere, Revista venezolana de educación 8(26), 321-327. Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela:

<http://saber.ula.ve/bitstream/123456789/19901/2/articulo4.pdf>

Carlino, P. (2009). *Escribir, leer y aprender en la universidad. Una introducción a la alfabetización académica*. (Primera edición, cuarta reimpresión ed.). Buenos Aires: Fondo de cultura económica.

Dieudonné, J., Halmos, P., N, S., & Schiffer, M. (1975). *How to Write Mathematics*.

Recuperado el 10 de mayo de 2010, de American Mathematical Society, Vol.4, N°5.:

http://www.stat.ualberta.ca/~wiens/trent_write.pdf

Díez-Borque, J. M. (1995). *El libro. De la tradición oral a la cultura impresa* (Segunda edición ed.). Barcelona: Montesinos.

Dorier, J. L. (2002). *Recherche en Histoire et en Didactique des Mathématiques sur l'Algèbre linéaire. Perspectives théorique sur leurs interactions*. Recuperado el 15 de octubre de 2008, de Laboratoire Leibniz-IMAG, 46 av. Félix Viallet, 38000 Grenoble, France - n° 12.: <http://www-leibniz.imag.fr/LesCahiers>

Dormolen, J. (1986). Textual analysis. En B. Christiansen, H. A., & M. Otte, *Perspectives on mathematicla education*. (págs. 141-171). Dordrecht: Reidel.

Eco, U. (2006). *La bustina di Minerva* (Tercera edición ed.). Milano: Bompiani.

- Eco, U., & Carrière, J.-C. (2010). *Nadie acabará con los libros* (Primera edición [Original 2009: N'esperez pas vous débarrasser des livres] ed.). (H. Lozano Miralles, Trad.) Buenos Aires: Lumen.
- Eisenberg, T. (1991). Functions and associated learning difficulties. En D. Tall, *Advanced mathematical thinking* (Primera edición ed., págs. 140-152). Dordrecht: Kluwer academic publishers.
- Escarpit, R. (2005). *Escritura y comunicación*. Madrid: Castalia.
- Escarpit, R. (1998). *La revolución del libro*. Madrid: Alianza.
- Galtung, J. (1978). *Teoría y métodos de la investigación social* (Quinta edición ed., Vol. I). (E. Fuenzalida Faivovich, Trad.) Buenos Aires: Eudeba.
- Ghiglione, R., Beauvois, J. L., Chabrol, C., & Trognon, A. (1990). *Manuel d'analyse de contenu* (Primera edición, tercera reimpression ed.). Paris: Armand Colin éditeur.
- Gopen, D., & Smith, D. (1990). What's an Assignment Like You Doing in a Course Like This?: Writing to Learn. *The College Mathematics Journal* , 21 (1), 2-19.
- Gopen, G. (2010). Perceiving structure. *Harvard Law School Bulletin* , 27-29.
- Harmon, K. (2010). *Textbook Analysis and Vision for Future Mathematics Curricula*. Recuperado el 12 de junio de 2010, de University of Illinois at Urbana-Campaign: <http://www.mste.uiuc.edu/courses/ci4312p02/student/kharmon/kharmonPAPER1.doc>
- Johansson, M. (2005). *Mathematics textbooks – the link between the intended and the implemented curriculum? The Mathematics Education into the 21st Century Project*. Recuperado el 20 de junio de 2009, de Universiti Teknologi Malaysia. Reform, Revolution and Paradigm Shifts in Mathematics Education: http://math.unipa.it/~grim/21_project/21_malasya_Johansson119-123_05.pdf
- Johansson, M. (2003). *Textbooks in mathematics education: a study of textbooks as the potentially implemented curriculum (Licentiate thesis)*. Recuperado el 6 de junio de 2009, de Luleå: Department of Mathematics, Luleå University of Technology: <http://epubl.ltu.se/1402-1757/2003/65/index.html>
- Krippendorff, K. (1990). *Metodología de análisis de contenido. Teoría y práctica*. (L. Wolfson, Trad.) Barcelona: Paidós.
- Labarre, A. (2002). *Historia del libro* (Primera edición en castellano [Original 1970, Histoire du livre] ed.). (O. Álvarez Salas, Trad.) México D. F.: Siglo xxi.
- Landis, J., & Koch, G. (1977). The measurement of observer agreement for categorical data. *Biometrics* , 33 (1), 159-174.

- Littau, K. (2008). *Teorías de la lectura. Libros, cuerpos y bibliomanía* (Primera edición ed.). (E. Marengo, Trad.) Buenos Aires: Manantial.
- Mouzakitis, A. (2006). *Comparative analysis of Italian and greek Euclidean Geometry textbooks: a case study*. (P. Ernest, Ed.) Recuperado el 27 de julio de 2009, de Philosophy of Mathematics Education Journal No. 19 (December 2006):
<http://people.exeter.ac.uk/PErnest/pome19/index.htm>
- Narvaja de Arnoux, E., Di Stefano, M., & Pereira, C. (2009). *La lectura y la escritura en la universidad* (Primera edición, décima reimpresión ed.). Buenos Aires: Eudeba.
- Palamidessi, M., Galarza, D., Schneider, D., & Landau, M. (2006). Doce reflexiones para una educación en red. En M. Palamidessi, *La escuela en la sociedad de redes. Una introducción a las tecnologías de la información y la comunicación en la educación*. (Primera edición ed., págs. 87-102). Buenos Aires: Fondo de cultura económica.
- Pepin, B. (2007). *Epistemologies, beliefs and conceptions of mathematics teaching and learnings: the theory, and wath is manifested in mathematics teachers' works in England, France and Germany*. Recuperado el 22 de junio de 2009, de Centre for research and Development in Teacher Education, School of Education, The Open Univerity:
<http://tntee.umu.se/lisboa/papers/full-papers/pdf/e3-pepin.pdf>
- Petrucci, A. (2003). *La ciencia de la escritura. Primera lección de paleografía* (Primera edición en español ed.). (L. Padilla López, Trad.) Buenos Aires: Fondo de cultura económica.
- Sautu, R., Boniolo, P., Dalle, P., & Elbert, R. (2005). *Manual de metodología. Construcción del marco teórico, formulación de objetivos y elección de la metodología* (Primera edición ed.). Buenos Aires: Clacso.
- Steiner, G. (2007). *Los logócratas* (Primera edición ed.). México D. F.: Fondo de cultura económica/Siruella.
- Sullivan Palincsar, S., & Brown, A. (2001). La enseñanza para la lectura autorregulada. En L. Resnick, & L. Klopfer, *Currículum y cognición* (M. Wald, Trad., Tercera edición, primera reimpresión ed., págs. 43-73). Buenos Aires: Aique.
- Tall, D. (1991a). *Advanced mathematical thinking* (Primera edición ed.). Dordrecht: kluwer Academic Publishers.
- Tall, D. (2009a). *Cognitive and social development of proof through embodiment, symbolism & formalism*. Recuperado el 14 de julio de 2009, de University of Warwick. Paper for the ICMI Conference on Proof, May 2009, Taipei:
<http://www.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/downloads.html>

Tall, D. (1992). *Current difficulties in the teaching of mathematical analysis at university : an essay review of 'Yet another introduction to analysis by Victor Bryant'*, (Cambridge University Press, ISBN 0-521-38835-X). Recuperado el 12 de julio de 2009, de University of Warwick. David Tall Academic Page. Published in Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, (1992), 92/2, 37–42: <http://www.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot1992f-bryant-review.pdf>

Tall, D. (1997g). *From School to University: the effects of learning styles in the transition from elementary to advanced mathematical thinking*. Recuperado el 11 de julio de 2009, de University of Warwick. In Thomas, M. O. J. (Ed.) Proceedings of The Seventh Annual Australasian Bridging Network Mathematics Conference, University of Auckland, 9– 26: <http://www.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/downloads.htm>

Tall, D. (1997f). *Metaphorical objects in advanced mathematical thinking*. *International Journal of Computers for Mathematical Learning 1*: 61 – 65. Recuperado el 12 de julio de 2009, de University of Warwick. : <http://www.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/downloads.html>

Tall, D. (1988). *The Nature of Advanced Mathematical Thinking. Paper presented to the Working Group for Advanced Mathematical Thinking at the Psychology of Mathematics Education Conference, Veszprem, Hungary*. Recuperado el 11 de julio de 2009, de The University of Warwick. David Tall Academic Page:

<http://www.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot1988i-nature-of-amt-pme.pdf>

Thompson, P. (1999). *Yes, Virginia, Some Children Do Grow Up To Be Mathematicians*. Recuperado el 10 de septiembre de 2008, de San Diego State University Center for Research in Mathematics and Science Education: <http://pat-thompson.net/PDFversions/1991AdvdMath.pdf>

Trends in International Mathematics and Science Study, (. (2007). *Advanced 2008 assessment frameworks*. Recuperado el 10 de noviembre de 2008, de Timss & Pirl International Study Center: http://timss.bc.edu/PDF/TIMSS_Advanced_AF.pdf

Williams, G. (2002). *Identifying tasks that promote creative thinking en mathematics: A tool*. Recuperado el 20 de septiembre de 2009, de . In B. Barton, K. Irwin, M. Pfannkuch & M. Thomas (Eds.), 25th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Vol II, pp. 698-705: <http://epubl.ltu.se/1402-1757/2005/18/LTU-LIC-0516-SE.pdf>

Notas

¹ “El aumento de la conciencia de los alumnos de la estructura del texto o de la forma en que se interrelacionan las ideas en un texto para transmitir un mensaje al lector también ha resultado ser una actividad de prelectura eficaz [...] la estructura del texto puede ayudar a los alumnos a organizar y retener la información que están leyendo y controlar su comprensión y recuerdo de esa información” (Sullivan Palincsar & Brown, 2001, pág. 57).

² Los segmentos Definiciones, Especificaciones, Teoremas, Pruebas, Ejemplos sencillos, Ejemplos de motivación, Ejemplos fronterizos, Ejemplos falsos, Contraejemplos, Ejemplos generales, Advertencias, Observaciones, Representaciones mentales, Aclaraciones de notación, Recomendaciones, Notas históricas, Discusiones históricas, Reenvíos (Bagchi & Wells, *Varieties of mathematical prose*, 1998b, págs. 118-127).

³ La alfabetización es una noción que reconoce al menos seis grados que van desde culto (el individuo que domina sin dificultad tanto la producción de textos como su lectura todas las tipologías gráficas empleadas en la sociedad a la que pertenecen) hasta la de analfabeto, pasando por los alfabetizados profesionales, alfabetizados instrumentales, semianalfabetos funcionales, semianalfabetos gráficos (Petrucci 2003).

⁴ El libro de Cálculo es *Analyse des infiniment petits, pour l'intelligence des lignes courbes*, A Paris, de l'Imprimerie Royale, MDCXCVI, el de geometría es *Traité analytique des sections coniques* (Boyer y Merszbach 1989, 471, Hairer y Wanner 1996, 83,365, Apostol 1967, 292, Browder 1996, 96).

⁵ El texto ‘*Traité élémentaire du calcul différentiel et du calcul intégral*’ de Lacroix (1765-1843) publicado por primera vez en 1802, tuvo veinticinco ediciones a través de todo el siglo XIX (Boyer & Merszbach, 1989, pág. 535; Caramalho Domingues, 2008, págs. 1-8). Se utilizó intensamente en la enseñanza, aún después de la publicación del texto de Augustin Cauchy que dotó con su lenguaje épsilon-delta de un rigor al Cálculo ajeno a los textos anteriores.

⁶ El matemático Sylvester Lacroix, cuyos textos tuvieron fama mundial, el matemático Adrien-Marie Legendre, Bézout, Gaspar Monge, el creador de la geometría descriptiva, el físico-matemático Dennis Poisson (Asúa 2010, 45).

⁷ El marco teórico del estudio es el de *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS), institución transnacional que analiza comparativamente currículum y libros de texto de decenas de países, incluida la Argentina, nación adherida. El objetivo general del estudio consiste en establecer el grado de consistencia entre las dos primeras dimensiones del currículum. En cuanto a los métodos, son los propios del análisis de contenido.

⁸ El estudio se propone la identificación de las relaciones entre el *carácter nacional* y la *estructura y uso de los textos*, categorías que sólo son definidas y acotadas con el avance de la investigación. Los objetivos se alcanzan con una metodología que estudia por un lado la estructura de los libros de texto, recogiendo los datos mediante técnicas propias del análisis de contenido, y por el otro, mediante entrevistas a los profesores a las que se añade la observación de las clases. Las conclusiones dan cuenta de algunos rasgos emergentes en los textos que se conforma a las llamadas tradiciones culturales, que con trazo grueso pueden describirse como el individualismo en Inglaterra, el enciclopedismo en Francia, la *bildung* en Alemania.

⁹ El marco teórico se desarrolla en la línea de Yves Chevallard, y su distinción entre el *savoir savant* y el *savoir enseigne*; el estudio se propone la determinación del *saber enseñado* a través de tres períodos de la enseñanza del álgebra lineal en el nivel medio y universitario en Francia: 1939-1954, 1954-1981, 1980-1995. En cuanto a la metodología, se toman muestras intencionales representativas de las diversas tendencias del *saber enseñado* (categoría cuyos referentes empíricos se definen mediante indicadores de naturaleza cualitativa), conviviendo en un dado período, son analizadas a través de muestras intencionales de los contenidos de los textos publicados en cada uno de ellos. En las conclusiones se muestran las interacciones entre la didáctica de la matemática dominante en un período, con los contenidos analizados.

¹⁰ Metodológicamente, se trata de un estudio de casos, seleccionándose dos textos, uno griego y otro italiano, sobre los que toma valores una variable llamada *Demanda Cognitiva* que comprende cinco componentes. Las definiciones operativas, mediante las técnicas del análisis de contenido, permiten establecer el modo en que se interrelacionan las dos variables en cada texto (análisis intratextual) y entre los dos textos (análisis intertextual). La investigación concluye estableciendo las diferencias estructurales salientes entre ambos textos en las categorías previamente establecidas. A este grupo pertenece la tesis de Maestría del autor (Acero, 2009).

¹¹ La corriente AMT se origina hacia fines del siglo XX, como un desprendimiento y especialización del *International Group for the Psychology of Mathematical*, partiendo de la constatación de que la comprensión de los procesos de aprendizaje en los cursos universitarios exigía categorías y nociones cognitivas de complejidad y naturaleza diferente de las por entonces operantes: “las investigaciones orientadas al nivel elemental o medio se fijan una perspectiva curricular y conceptual muy amplia [...] estudian con profusión el desarrollo de conceptos elementales que a los matemáticos universitarios les resultan de escasa relevancia y utilidad” (Thompson, 1999, pág. 2). La elección de la corriente teórica del AMT se justifica, precisamente, por la inclusión en sus alcances de la estructura de los contenidos que este trabajo se propone estudiar, que se inscriben con nitidez en el dominio considerado de nivel superior del pensamiento matemático.

¹² Algunos autores que pertenecieron a la corriente: Tall, Ernest, Pimm, Skemp (United Kingdom), Dreyfus, Vinner, Harel, Dubinsky, Sfard, Kaput (Israel), Freudental (Netherlands); Artigue, Laborde, Balacheff, Duval, Dorier, Dieudonne (France).

¹³ La representatividad es aquí entendida en el sentido que todos los valores relevantes de la población aparecen en la muestra (Galtung 1978, 56, Sautu, y otros 2005, Samaja 1997, 272).

¹⁴ El lenguaje de este apartado se toma de (Sautu, Boniolo, Dalle, & Elbert, 2005, págs. 72-78; Galtung, 1978, págs. 35-44,78-86)

¹⁵ Aquí se utilizan las técnicas estándar de estimación del tamaño de las muestras. Cf. (Galtung 1978, 61-72, Papoulis 1990, Meyer 1992) .

¹⁶ Corresponde decir que está en la naturaleza misma del análisis de contenido que la asignación de valores está mediatizada por el observador que juzga el significado simbólico del contenido manifiesto (Krippendorff 1990, 29-32).

¹⁷ Dado el volumen de datos, se utilizarán herramientas especializadas del software matlab®, que permite filtrados lógicos no sólo en matrices planas, sino también en matrices n-dimensionales.

¹⁸ La posición de cada texto en el espacio Delta-Lambda define su situación relativa en la estructura de la bibliografía. Resultan así dos espacios, uno correspondiente al álgebra y otro al cálculo, pudiéndose con ellos generar un tercer espacio patrón que permita cuantificar el nivel de significancia estadística de las diferencias. En el momento de elaborar este informe de avance de investigación sólo se cuenta con las coordenadas parciales de algunos textos de Álgebra Lineal, .

¹⁹ Los resultados son parciales en un doble sentido: (a) sólo contemplan textos de álgebra lineal (la Tesis de Doctorado incluye el cálculo vectorial y el análisis comparativo); (b) sólo procesan las relaciones entre las variables básicas, sin analizar las variables derivadas tales

como la estructura de espacios de propiedades bidimensionales obtenidos mediante la reducción de la composición de demandas cognitivas.

²⁰ Una identificación sucinta de los textos tomados en la muestra para el análisis se detalla en la tabla siguiente.

Texto	T1	T2	T3	T4	T5
Autor	BURGOS, J.	HOFFMAN K.; KUNZE, R.	LAY, D.	ROJO, A.	VOEVODIN, V.
Año	2006	1973	2006	1985	1986
Título	Álgebra Lineal y Geometría Cartesiana	Álgebra lineal	Álgebra lineal y sus aplicaciones	Álgebra II	Álgebra Lineal
Edición	Tercera	Primera	Tercera	Novena	Primera
Lugar	Madrid	México	México	Buenos Aires	Moscú
Editorial	McGrawHill	Prentice Hall	Pearson Educación	El Ateneo	MIR
Total pp.	651	400	492+56	395	423
p. análisis	72	47	48	44	38
Capítulo analizado	8. Espacios vectoriales euclídeos; pp.253-324.	8. Espacios con producto interno; pp. 268-314.	6. 1-3, 7-8. Ortogonalidad y mínimos cuadrados; pp. 373-402, 427-444.	7. Producto interior en espacios vectoriales; geometría vectorial. pp. 214-257.	3. Mediciones en el Espacio Lineal, pp. 80-117.
Referencias	16	18	1	2	1
Escritura	Rotulada	Narrativa	Rotulada	Mixta	Narrativa
ISBN	84-481-4900-9	0-13-022046-9	10:970-26-0906-2	950-02-5205-8	sin datos
Origen	España	EEUU	EEUU	Argentina	Rusia

²¹ Una medida de la confiabilidad de una matriz de datos se obtiene haciendo intervenir a más de un codificador, aplicando el mismo instrumento al mismo objeto y comparando los resultados mediante algún procedimiento estadístico aplicable a escalas nominales. Como es habitual, dada la imposibilidad de duplicar el esfuerzo de codificación, se utiliza para las pruebas de fiabilidad una muestra que “no necesita ser representativa de las características de la población, pero sí debe ser representativa de todas las distinciones establecidas” (Krippendorff, 1990, págs. 191, 216). Para medir la confiabilidad en el área de las escalas nominales se han propuesto estadísticos específicos. El más simple de ellos es el coeficiente de Holsti que se obtiene como un porcentaje del número de asignaciones en que dos codificadores están de acuerdo. Este coeficiente ha sido objetado al no descontar los efectos de las coincidencias que podrían resultar del azar, dando valores que podrían sobreestimar la confiabilidad del instrumento. En la familia de estadísticos que descuentan la probabilidad del acuerdo aleatorio, el valor 0 indica que el acuerdo no es mejor que si los observadores hubieran asignado las categorías al azar. A esa familia pertenece el coeficiente κ de Fleiss de este estudio.

²² En este caso, *en cada texto* se compara el recorrido de cada una de las componente D1, D2, ..., D8 para cada uno de los textos T1, T2, T3, T4, T5. De ese modo, introduciendo un índice de normalización dada la diferencia de los valores absolutos de los ejercicios analizados, se pueden generar comparaciones *entre los textos*.